

<https://doi.org/10.30758/0555-2648-2020-66-4-427-445>

УДК 556.13



ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ

ORIGINAL ARTICLE

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ЭКСТРЕМАЛЬНОГО ДРЕЙФА ЛЬДА ЮГО-ЗАПАДНОЙ ЧАСТИ КАРСКОГО МОРЯ, ПОЛУЧЕННЫЕ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ МОДЕЛЬНЫХ РАСЧЕТОВ

С.В. КЛЯЧКИН*, Р.Б. ГУЗЕНКО, Р.И. МАЙ

ГНЦ РФ Арктический и антарктический научно-исследовательский институт, Санкт-Петербург, Россия

*svkl@aari.ru

Резюме

Для выявления основных параметров дрейфа льда в юго-западной части Карского моря и получения оценок экстремальных скоростей дрейфа заданной обеспеченности, включая статистическую связь с основными дрейфообразующими факторами, была использована разработанная в ААНИИ численная динамико-термодинамическая модель эволюции ледяного покрова.

С помощью модели была воспроизведена эволюция ледяного покрова в юго-западной части Карского моря за 3 месяца 2018 г. для трех вариантов пространственного разрешения: 5 км, 12,5 км и 25 км. Для трех специально выбранных точек были получены статистические оценки дрейфа льда, включая экстремальные значения заданной обеспеченности в терминах «1 раз в N лет». Были вычислены парные коэффициенты корреляции скорости дрейфа льда с основными влияющими на дрейф факторами в разных диапазонах скоростей, что позволило оценить изменение вклада каждого фактора в зависимости от скорости дрейфа. Показано, что, по мере увеличения скорости дрейфа, наиболее сложным образом меняется статистическая связь между дрейфом и сжатием льда. Выявлены основные черты влияния пространственной детализации модели на статистические оценки экстремального дрейфа.

Ключевые слова: Байдацкая губа, дрейф льда, коэффициент корреляции, пространственный шаг, статистическое распределение, численная модель, экстремальные скорости.

Для цитирования: Клячкин С.В., Гузенко Р.Б., Май Р.И. Статистические особенности экстремального дрейфа льда юго-западной части Карского моря, полученные по результатам модельных расчетов // Проблемы Арктики и Антарктики. 2020. Т. 66. № 4. С. 427–445. <https://doi.org/10.30758/0555-2648-2020-66-4-427-445>.

Поступила 15.07.2020

После переработки 13.09.2020

Принята 07.10.2020

STATISTICAL RESULTS OF THE NUMERICAL MODEL OF SEA ICE DRIFT EXTREMES IN THE SOUTH-WESTERN PART OF THE KARA SEA

SERGEY V. KLYACHKIN*, ROMAN B. GUZENKO, RUSLAN I. MAY

State Scientific Center of the Russian Federation Arctic and Antarctic Research Institute, St. Petersburg, Russia

*svkl@aari.ru

Summary

The aim of the study was to identify the basic characteristics of ice drift in the south-western Kara Sea and to estimate the extreme drift speed of given probability, including its spatial variability and statistical correlation with the main drift-forming factors.

In order to obtain the ice drift data, the numerical dynamic-thermodynamic model of ice cover evolution developed in AARI was used. Its basic specific feature is imitation of ice cover with the help of so-called markers (conventional ice floes). Using three variants of the model grid net (25, 12.5 and 5 km), the ice conditions in the Baidara Bay and the adjoining area in January–March 2018 were simulated.

The analysis of the simulation results showed that the average ice drift (average ice transport) is directed from the Baidara Bay to the open sea, i.e. northward with slight deviations mostly to the west. A less detailed grid net results in a smoothed ice drift field, while an increase in the spatial resolution of the model increases the spatial contrasts of the ice drift.

The maximum values of the extreme ice drift velocity expressed as “once per N years” occur in the northern part of the model area at the directions of the north-western quarter (up to 1.5–1.8 m/s “once per 10 years” – “once per 100 years”, respectively). The frequency of ice drift velocity exceeding 0.3 m/s is about 4–7 %, and that of ice drift velocity exceeding 0.6 m/s is not more than 1 %.

At low drift velocity, the role of inertia is very high, but as the drift rate grows, the inertia contribution decreases noticeably. At increasing drift velocity, the statistical correlation between the ice drift (on the one hand) and the wind, current and sea level tilt (on the other hand) becomes evident. This effect is especially evident for the correlation “drift / wind”. The correlation “drift / ice pressure” depends on the drift speed more or less noticeably at low and high drift speeds, when unidirectional changes of the ice drift and ice pressure happen more often than the opposite ones. At the drift velocities within 0.15–0.60 m/s, the correlation between the ice drift and ice pressure is insignificant, i.e. the unidirectional and opposite changes of the ice drift and ice pressure are almost equally likely.

Keywords: Baidara Bay, correlation coefficient, extreme velocities, ice drift, numerical model, spatial resolution, statistical distribution.

For Citation: Klyachkin S.V., Guzenko R.B., May R.I. Statistical results of the numerical model of sea ice drift extremes in the south-western part of the Kara Sea. *Problemy Arktiki i Antarktiki*. Arctic and Antarctic Research. 2020, 66 (4): 427–445. <https://doi.org/10.30758/0555-2648-2020-66-4-427-445>.

Received 15.07.2020

Revised 13.09.2020

Accepted 07.10.2020

ВВЕДЕНИЕ

Дрейф морских льдов является одним из наиболее важных явлений, определяющих состояние ледяного покрова и его влияние на любые виды хозяйственной деятельности. Иногда, при определенных сочетаниях внешних сил и свойств самого ледяного покрова, скорости дрейфа могут достигать очень больших значений, что создает угрозы морским инженерным объектам, а в отдельных случаях — даже безопасности людей.

Природа и статистика экстремального дрейфа морских льдов давно привлекали внимание отечественных и зарубежных исследователей. И если физический механизм возникновения дрейфа с экстремально высокими скоростями не зависит от региона, то вопрос о статистике экстремального дрейфа представляется принципиально неисчерпаемым, поскольку каждый регион — будь то крупное море или маленький залив — обладает своими уникальными, присущими только ему особенностями.

Для получения статистических оценок, характеризующих экстремальный дрейф льда, необходимы значительные объемы натурных данных. Однако натурные наблю-

дения за дрейфом сопряжены с целым рядом трудностей и ограничений технического, организационного и финансового характера. Поэтому для получения больших объемов данных о дрейфе льда целесообразно прибегнуть к использованию численной математической модели, которая позволит сравнительно быстро и дешево воспроизвести дрейф льда практически в любой точке в течение длительного промежутка времени (недели, месяцы, годы) с достаточно высокой временной дискретностью. С этой точки зрения динамико-термодинамическая модель прогноза эволюции ледяного покрова, разработанная в ААНИИ [1, 2], является вполне приемлемым инструментом получения массовых данных о дрейфе ледяного покрова. В течение последних 15 лет эта модель широко используется для составления оперативных ледовых прогнозов в арктических морях России и показала весьма удовлетворительные результаты: оправдываемость в среднем составляет 90–95 % при устойчивой положительной эффективности [3, 4].

В рамках данной работы предполагается, помимо выявления основных параметров дрейфа льда в юго-западной части Карского моря, оценить экстремальные скорости дрейфа заданной обеспеченности, включая их пространственную изменчивость, соотношение с максимальными скоростями, полученными непосредственно по модельным расчетам, зависимость от пространственного разрешения модели, статистическую связь с основными дрейфообразующими факторами.

ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

В качестве океанского блока в модели ААНИИ используется модель Принстонского университета (Princeton Ocean Model, модель POM) [5, 6].

Главной особенностью этой модели является описание вертикальной структуры океана с помощью так называемых σ -координат, т. е. фиксированного количества слоев, толщина которых переменна и зависит от глубины места. Система уравнений модели включает уравнения движения, неразрывности, баланса турбулентной энергии, диффузии тепла и солей.

Для оптимизации расчета в модели POM разделены вертикально интегрированные уравнения (баротропный модуль) и уравнения вертикальной структуры (бароклиный модуль). Уравнения баротропной скорости получены интеграцией по глубине уравнений бароклиного модуля, этим самым устраняется вся вертикальная структура.

На открытой границе для баротропной моды задаются функция расхода воды и приливные явления, предвычисленные по гармоническим постоянным восьми главных приливных волн [7], для бароклиной моды используется условие излучения [6, 8]. Условия на границе «океан — атмосфера» определяются потоками тепла (турбулентными и радиационными) и обменом импульсом [9, 10, 11].

Термическая эволюция ледяного покрова основывается на уравнении теплового баланса двухслойной среды «лед — снег» [12]. В период нарастания толщины льда задача решается аналитически при следующих допущениях:

- вертикальные профили температуры льда и температуры снега в период ледообразования считаются линейными, что характерно для молодых и однолетних льдов, встречающихся в Байдарацкой губе;
- потоки тепла через лед и через снег считаются одинаковыми;
- толщина снега определяется по толщине льда с помощью эмпирических соотношений.

В период таяния ледяного покрова учитывается наличие снега на льду, а также изменение альбедо снежно-ледяного покрова в процессе таяния. Сток пресной воды в море определяется толщиной слоя растаявшего льда.

Динамика ледяного покрова рассчитывается на основе уравнения движения, где в правой части присутствуют слагаемые, описывающие касательные напряжения на верхней и нижней поверхностях льда, силу Кориолиса, силу, обусловленную наклоном уровня, и силу внутреннего взаимодействия в ледяном покрове.

Напряжения на поверхностях льда, обусловленные воздействием ветра и течений, оцениваются с помощью известного квадратичного закона [13], при этом коэффициенты трения зависят от торосистости льда. Сила Кориолиса и проекция силы тяжести на поверхность моря задаются традиционно.

В данной модели считается, что ледяной покров проявляет свойства, характерные для вязкопластических сред. Вязкое взаимодействие в ледяном покрове подробно рассмотрено в работе [14]. Согласно этой работе, сила внутреннего взаимодействия пропорциональна дивергенции внутренних напряжений. Внутренние напряжения $\sigma_{\xi\xi}$, $\sigma_{\chi\chi}$, соответствующие главным осям тензора скоростей деформаций, рассчитываются по формуле:

$$\sigma_{\xi\xi} = K \dot{\epsilon}_{\xi\xi}, \quad \sigma_{\chi\chi} = K \dot{\epsilon}_{\chi\chi}. \quad (1)$$

Параметр K определяется следующим образом:

1) $K = K_0 H(3C - 2)$ при выполнении каждого из всех следующих условий:

$$\text{а) } C \geq 0,67;$$

$$\text{б) } \operatorname{div}\{\vec{W}\} \leq 0;$$

$$\text{в) } \dot{\epsilon}_{\xi\xi} < 0 \text{ либо } \dot{\epsilon}_{\chi\chi} < 0; \quad (2)$$

2) $K = 0$ при невыполнении хотя бы одного из условий (2).

Здесь: $K_0 = 1,2 \cdot 10^{10} \text{ кг с}^{-1} \cdot \text{м}^{-2}$, $\dot{\epsilon}_{\xi\xi}$, $\dot{\epsilon}_{\chi\chi}$ — инварианты тензора скоростей деформаций, соответствующие осям ξ , χ эллипса деформаций, C — сплоченность льда, W — скорость дрейфа, H — толщина льда.

Отличительной особенностью деформирования пластических сред является наличие порогового механизма, т. е. среда деформируется при достаточно больших внешних нагрузках. Если напряжения в ледяном покрове превышают некоторый предел, то в этом случае модель допускает возможность торошения, т. е. накопления «лишнего» объема льда в пределах некоторой площади (ячейки сетки). В данном случае этот предел оценивается как устойчивость ледяной пластины, лежащей на упругом основании, по отношению к продольному изгибу [15]. Если напряжение недостаточно, то, чтобы накопления лишнего объема не происходило, применяется специальный искусственный прием, заключающийся в итеративной коррекции поля дрейфа в соответствии с условием неотрицательной дивергенции.

Описанный принцип по существу имитирует пластическое поведение ледяного покрова.

На твердой границе при нажимном дрейфе нормальная к берегу компонента равна нулю, касательная компонента дрейфа трансформируется в зависимости от угла между направлением дрейфа и направлением береговой черты. На кромке льда напряжения равны нулю.

На границах расчетной области при дрейфе, направленном внутрь расчетной области, градиенты сплоченности (общей и частной) и скорости равны нулю; при

выносном дрейфе градиенты сплоченности и скорости на границе равны соответствующим градиентам в ближайшей внутренней ячейке.

Численная схема модели построена на основе равноплощадных сеток, причем пространственный шаг сетки может варьироваться от 5 до 50 км в зависимости от размеров модельной области. Временной шаг модели составляет:

– в океанском блоке для баротропного модуля — 5 секунд, для бароклинного — 2,5 минуты;

– в ледовом блоке для расчета динамики — 10 минут, для расчета теплового нарастания (таяния) — 1 час.

Временная дискретность обмена условиями между льдом и океаном составляет 1 час. Перед выполнением собственно прогностического расчета осуществляется «разгон» океана, продолжительность которого составляет 10 приливных циклов.

Ледяной покров представлен набором маркеров, каждый из которых характеризуется пространственными координатами в декартовой системе, толщиной, прибавкой толщины за счет торосов и скоростью. Перемещение и термическое изменение толщины рассчитывается отдельно для каждого маркера. Количество возрастных градаций льда принято равным 6 (молодой, однолетний тонкий, однолетний средний, однолетний толстый, двухлетний и многолетний).

Силы внутреннего взаимодействия, возникающие при дрейфе, считаются одинаковыми в пределах ячейки. Выторашиваемые маркеры исключаются из дальнейшего расчета, а их суммарная толщина равномерно распределяется среди оставшихся маркеров данной ячейки как прибавка толщины за счет торосов. Соотношение толщины ровного льда и прибавки толщины, обусловленной торосами, определяет торосистость данного маркера, которая, как отмечалось выше, учитывается при расчете тангенциальных напряжений на поверхностях льда.

Главным источником первичных фактических данных по ледяному покрову в настоящее время являются спутниковые снимки в различных спектральных диапазонах и с различной разрешающей способностью, на основе которых составляются электронные ледовые карты в соответствии с международным стандартом передачи ледовых данных SIGRID-3. Если на фактической ледовой карте есть зоны, по которым данные отсутствуют, такие пробелы восполняются из результатов предыдущего прогноза. Поскольку ледовые карты, построенные в соответствии со стандартом SIGRID-3, не содержат информации о толщине, торосистости и разрушенности льда в явном виде, то значения этих характеристик берутся из результатов предыдущего расчета (прогноза).

Подготовка гидрологических данных заключается в применении специальной процедуры согласования результатов предыдущего прогноза температуры и солености воды с фактическим распределением ледяного покрова на момент составления нового прогноза.

В качестве данных метеорологического форсинга используются результаты глобальной модели атмосферы Глобальной прогностической системы США (Global Forecasting System, GFS). Эти данные представляют собой бинарные матрицы прогностических полей приземной температуры воздуха и атмосферного давления на уровне моря в регулярной сферической сетке с шагом 0,5°, временной дискретностью 3 часа и заблаговременностью от 0 (диагноз) до 168 часов.

ОПИСАНИЕ РАСЧЕТОВ

С помощью описанной модели были выполнены расчеты эволюции ледяного покрова (включая, естественно, дрейф) для трех модельных областей за период с 00 часов 02 января 2018 г. до 00 часов 03 апреля 2018 г. с временной дискретностью 1 час (рис. 1). Выбор такого временного отрезка обусловлен тем, что именно в середине зимы, т. е. в январе–марте, наблюдается наиболее интересное сочетание достаточно высоких значений толщины льда и относительно активной динамики ледяного покрова. В начале зимы (октябрь–декабрь) в данном районе преобладают льды незначительной толщины, а в конце зимнего сезона (апрель–май), когда толщина льда приближается к сезонному максимуму, мобильность ледяного покрова заметно снижается.

Первая модельная область включала всю акваторию Карского и восточную половину Баренцева моря и была аппроксимирована сеткой с шагом 25 км. Вторая область охватывала юго-западную часть Карского моря (сетка с пространственным шагом 12,5 км). И, наконец, третья область включала Байдарацкую губу с прилегающими с севера подходами (сетка с шагом 5 км). Таким образом, для каждой ячейки сетки каждого модельного региона были получены по 2185 значений ос-

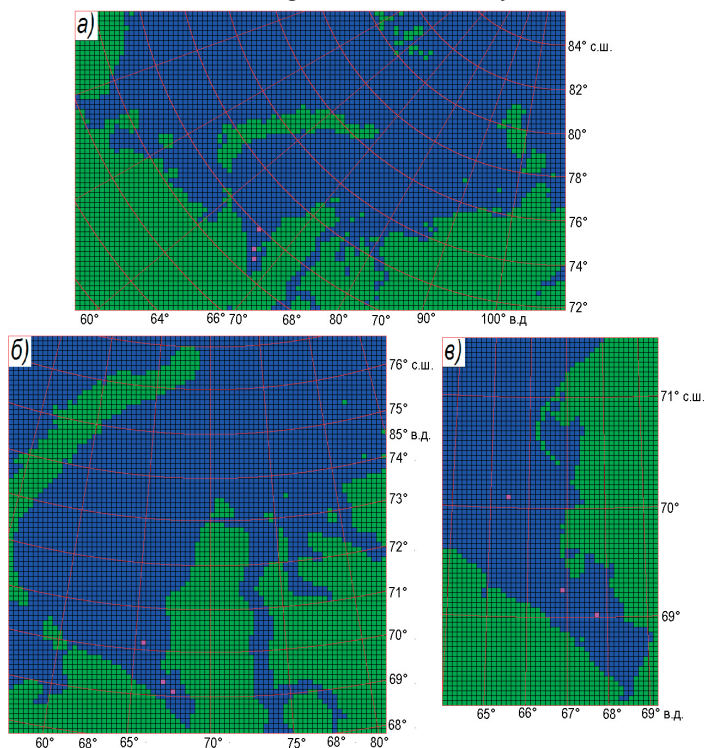


Рис. 1. Три модельные области, аппроксимированные расчетными сетками с разрешением 25 км (а), 12,5 км (б) и 5 км (в). Красные точки показывают положение ячеек, использованных для анализа модельных результатов

Fig. 1. Three model domains showing model grids with a spatial resolution of 25 km (a), 12.5 km (b) and 5 km (c). The red dots indicate three representative locations used for a detailed analysis of the model output

новых параметров ледяного покрова, что представляется вполне достаточным для корректного статистического анализа.

Понятно, что сетка с более высоким пространственным разрешением позволяет более подробно отобразить детали ледовых условий и береговой черты. Поэтому есть основания полагать, что модельные расчеты с использованием сеток с разным пространственным разрешением должны дать представление о том, как меняется статистика экстремального дрейфа в зависимости от пространственного масштаба рассмотрения процесса.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Основные черты дрейфа льда в Байдарацкой губе и прилегающих районах

Прежде всего были рассчитаны самые простые статистики, дающие представление об общем фоне скоростей дрейфа в рассматриваемом регионе. Для этого были выбраны три наиболее репрезентативные, на наш взгляд, точки, расположенные соответственно в центре Бадарацкой губы (южная точка), непосредственно в горле губы (центральная точка) и севернее горла губы (северная точка). Отметим, что в данном случае понятие «точка» означает 1 ячейку сетки, т. е., строго говоря, имеется в виду не точка, а квадратная площадка со стороной, равной шагу сетки (25, 12,5 и 5 км соответственно).

В табл. 1 представлены средние значения толщины, торосистости, сжатия и дрейфа льда (среднего переноса) в этих точках. Принято, что положительные значения проекции дрейфа на параллель означают «на восток», отрицательные — «на запад». Аналогично для проекции дрейфа на меридиан: знак «плюс» означает «на север», знак «минус» — «на юг».

Таблица 1

**Средние значения толщины, торосистости, сжатия и дрейфа льда
в трех выбранных точках**

Table 1

**Average values of ice thickness, equivalent ice ridge thickness, ice pressure,
and ice drift in three representative locations**

Точка	Толщина льда, м	Эквивалентная толщина торосов, м	Сжатие, кПа	Дрейф (проекция на параллель), м/с	Дрейф (проекция на меридиан), м/с
Сетка с шагом 5 км					
Северная	0,37	0,21	22	–0,05	0,06
Центральная	0,40	0,23	39	–0,02	0,03
Южная	0,42	0,27	47	–0,01	0,02
Сетка с шагом 12,5 км					
Северная	0,38	0,17	24	–0,04	0,05
Центральная	0,40	0,16	45	0,00	0,02
Южная	0,45	0,22	49	–0,01	0,01
Сетка с шагом 25 км					
Северная	0,37	0,09	20	–0,01	0,03
Центральная	0,36	0,10	32	–0,01	0,02
Южная	0,40	0,12	33	0,00	0,01

Из табл. 1 видно, что в целом средний дрейф (средний перенос) направлен на север с небольшими отклонениями преимущественно к западу при скоростях в основном 2–3 см/с. Отметим, что наименьшие скорости для всех трех моделей характерны для южной точки в центре губы, а по мере движения к северу скорости возрастают. Это, в общем, понятно: в центре и в горле губы пространство для дрейфа ограничено, а севернее горла движение льда более свободное. Соответственно, сжатия льда распределены в обратном порядке, т. е. уменьшаются по мере движения с юга на север. То же относится и к толщине льда, и к эквивалентной толщине торосов. Таким образом, все три модели показали качественно схожие картины, а именно: в данном регионе преобладает выносной дрейф, направленный из Байдарацкой губы на север в сторону открытого моря.

Вместе с тем использование более грубой сетки дает более сглаженное по пространству поле дрейфа, тогда как увеличение пространственной детализации модели приводит к росту пространственных контрастов скоростей дрейфа. Различия между южной и северной точками по компонентам скоростей для 5-километровой модели составляет около 0,04–0,05 м/с, для 12,5-километровой — 0,03–0,04 м/с, а для 25-километровой — 0,01–0,02 м/с.

Вообще, средние скорости дрейфа, полученные по моделям с малым шагом сетки, оказались в целом выше, чем по модели с грубой сеткой. Это может быть связано с тем, что характеристики динамики ледяного покрова, взятые из «большой» 25-километровой ячейки, представляют собой осреднение по сравнительно большой площади (625 км²), в результате чего высокие скорости на стрежне генерального дрейфа и низкие скорости на периферии стрежня друг друга взаимно компенсируют. Осреднение скорости дрейфа по малой ячейке, расположенной примерно на линии стрежня, дает более высокие значения, т. к. периферия стрежня в малую ячейку не попадает.

Таблица 2

**Повторяемость (%) скорости дрейфа льда (м/с) в трех точках
по результатам модельных расчетов по трем сеткам**

Table 2

**Frequency of occurrence (%) of the ice drift speed (m/s) in three locations
obtained from modelling results with three variants of spatial resolution**

Точка	Диапазоны скорости, м/с										
	0,01– 0,09	0,10– 0,19	0,20– 0,29	0,30– 0,39	0,40– 0,49	0,50– 0,59	0,60– 0,69	0,70– 0,79	0,80– 0,89	0,90– 0,99	≥1,00
Сетка с шагом 5 км											
Северная	43,58	26,16	12,49	7,41	4,97	2,77	0,98	0,69	0,58	0,20	0,18
Центральная	61,58	25,10	8,14	3,19	1,22	0,63	0,15	0,00	0,00	0,00	0,00
Южная	70,49	17,08	7,02	3,18	1,27	0,73	0,19	0,03	0,00	0,00	0,00
Сетка с шагом 12,5 км											
Северная	55,77	26,01	8,95	4,73	2,26	1,57	0,48	0,12	0,09	0,03	0,00
Центральная	73,33	18,84	5,80	1,46	0,39	0,13	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00
Южная	79,11	14,85	4,92	0,94	0,13	0,04	0,00	0,02	0,01	0,00	0,00
Сетка с шагом 25 км											
Северная	72,38	19,62	4,96	2,02	0,68	0,20	0,06	0,09	0,00	0,00	0,00
Центральная	67,14	21,53	7,45	2,65	0,71	0,20	0,11	0,15	0,04	0,02	0,00
Южная	71,94	20,56	5,05	1,42	0,49	0,25	0,17	0,07	0,04	0,01	0,00

Также стоит отметить, что в южных точках, где дрейф стеснен берегами, модели с малым шагом дают более высокие значения сжатия, а модель с большим шагом — меньшие сжатия. В северной — наиболее «свободной» — точке по всем трем моделям получены очень близкие значения сжатий.

В табл. 2 приводятся функции распределения скоростей для каждой точки, полученные по результатам модельных расчетов.

Табл. 2 показывает, что общий характер распределения скоростей для всех трех точек и всех трех сеток имеет экспоненциальный характер: малые скорости (до 0,09 м/с) имеют наибольшую повторяемость, а по мере увеличения скорости повторяемость снижается. Однако если диапазон малых скоростей рассмотреть более подробно, то, очевидно, окажется, что максимум повторяемости приходится не на нулевые скорости, а в основном на значения от 0,03 до 0,08 м/с, т. е. распределение в области минимальных значений больше похоже на логнормальное. Что же касается скоростей более 0,30 м/с, то их повторяемость не превышает нескольких процентов, скорости более 0,60 м/с имеют повторяемость порядка десятых-сотых долей процента, а скорости выше 1 м/с в 2018 г. вообще практически не встречались.

Расчетные максимальные скорости дрейфа и экстремальные скорости заданной обеспеченности

Определенный интерес представляет соотношение между максимальными скоростями, полученными непосредственно по модельным расчетами, и экстремальными скоростями заданной обеспеченности, полученными по методу Гумбеля.

На рис. 2 показаны графики распределения повторяемости дрейфа льда по направлениям, а также средние и экстремальные скорости дрейфа по направлениям. Экстремальные значения вычислены с помощью известного метода Гумбеля [16], который позволяет получить оценку экстремума (максимума) заданной обеспеченности по известным значениям среднего арифметического и среднеквадратического отклонения при условии, что в области максимальных значений распределение близко к нормальному или экспоненциальному. Как видно из рисунка, наиболее значительные экстремальные скорости дрейфа (от 1 м/с и более «1 раз в год» до 1,5 м/с и более «1 раз в 100 лет») получились в северной точке для направлений северо-западной четверти при использовании моделей с малым шагом (рис. 2а,б). В южных точках (рис. 2ж-и) экстремальные скорости даже «1 раз в 100 лет» в основном не превышают 1 м/с. При использовании модели с большим шагом экстремальные скорости оказались заметно ниже: только в центральной точке (рис. 2е) при направлениях северо-восточной четверти значения «1 раз в 100 лет» несколько превышают 1 м/с, во всех остальных случаях — порядка 0,6–0,8 м/с.

Интересно отметить, что при использовании модели с большим шагом наибольшие скорости дрейфа по отдельным направлениям получились не в северной точке, а в центральной, хотя наибольший перенос — в северной. Модели с меньшими шагами такого расхождения не дали: и скорости по отдельным направлениям, и перенос оказались максимальными в северной точке. Кроме того, бросается в глаза еще одна особенность: направления, по которым отмечаются наибольшие максимальные скорости, не всегда совпадают с направлением результирующего переноса. Это означает, что результирующий перенос, направленный преимущественно на север, определяется не столько скоростями дрейфа северной четверти, сколько высокой повторяемостью дрейфа именно этого направления.

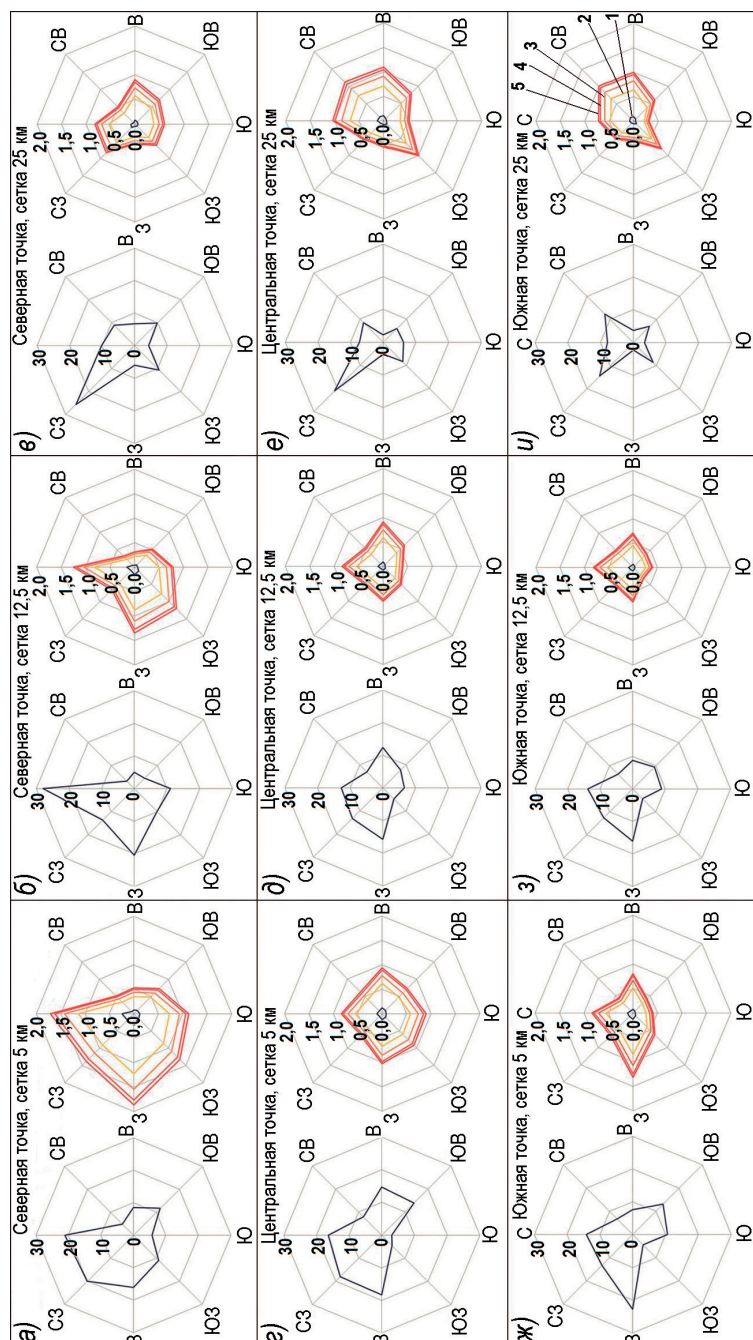


Рис. 2. Повторяемость (%) дрейфа льда по 8 основным направлениям (диаграммы слева на каждом из рисунков ($a-u$)), а также средние и экстремальные скорости (м/с) дрейфа по 8 основным направлениям (диаграммы справа на каждом из рисунков ($a-u$))

1 — средние скорости, 2 — экстремальные скорости «1 раз в 10 лет», 3 — экстремальные скорости «1 раз в 50 лет», 4 — экстремальные скорости «1 раз в 100 лет», 5 — экстремальные скорости «1 раз в 100 лет»

Fig. 2. Frequency of occurrence (%) of the ice drift by 8 main directions (the left diagram in every picture ($a-u$)), and average and extreme ice drift velocities (m/s) by 8 main directions (the right diagram in every picture ($a-u$))

1 — average velocities, 2 — extreme velocities “once per 10 years”, 3 — extreme velocities “once per 50 years”, 4 — extreme velocities “once per 100 years”, 5 — extreme velocities “once per 100 years”

Таблица 3

Table 3

Средние, максимальные и экстремальные значения скоростей дрейфа льда, обобщенные по всем направлениям

Average, maximum and extreme values of the ice drift generalized by all directions

Точка	По модельным расчетам, м/с				По методу Гумбеля, м/с				
	Средняя скорость	Абсолютный максимум	Средневзвешенное из максимумов	Среднеквадратическое отклонение	Обеспеченность				
					50 %	1 раз в год	1 раз в 10 лет	1 раз в 50 лет	1 раз в 100 лет
Северная Центральная Южная	0,17 0,10 0,09	1,00 0,65 0,81	0,73 0,55 0,55	Сетка с шагом 5 км 0,15 0,08 0,09	0,15	1,00	1,27	1,46	1,54
					0,09	0,54	0,69	0,79	0,83
					0,08	0,59	0,75	0,86	0,91
Северная Центральная Южная	0,12 0,07 0,06	0,94 0,63 0,80	0,67 0,45 0,46	Сетка с шагом 12,5 км 0,11 0,07 0,06	0,10	0,73	0,93	1,06	1,12
					0,06	0,46	0,58	0,67	0,71
					0,05	0,39	0,50	0,57	0,61
Северная Центральная Южная	0,08 0,09 0,07	0,79 0,92 0,91	0,57 0,56 0,56	Сетка с шагом 25 км 0,07 0,08 0,08	0,07	0,47	0,59	0,68	0,72
					0,08	0,53	0,68	0,78	0,82
					0,06	0,51	0,66	0,76	0,80

Если рассматривать векторы дрейфа в каждой точке, по каждой сетке и по каждому направлению как отдельные выборки, то экстремум обеспеченностью «1 раз в год», определенный по такой выборке, и максимум выборки теоретически должны быть близки друг к другу. Понятно, что для каждой выборки это соотношение может варьироваться, но в среднем модельные максимумы действительно оказались практически равны экстремумам «1 раз в год», полученным по методу Гумбеля (разница составила около -2%). Экстремумы «1 раз в 10 лет» превышают модельные максимумы в среднем на 21% , «1 раз в 50 лет» — на 39% , «1 раз в 100 лет» — на 46% .

Для большей наглядности в табл. 3 приводятся значения экстремумов, полученных по модельным расчетам и по методу Гумбеля, обобщенные по восьми направлениям.

При анализе табл. 3 необходимо иметь в виду следующее.

Гумбелевские экстремумы в очень большой степени зависят от среднеквадратического отклонения (СКО) выборки, а если СКО рассчитывается по «объединенной» выборке (включающей векторы всех направлений), то вклад абсолютного максимума выборки (максимума из максимальных значений каждого направления) в СКО резко падает, т. е. абсолютный максимум выборки можно рассматривать как случайный выброс, мало влияющий на статистику. Поэтому, когда экстремумы по методу Гумбеля определяются по объединенной выборке, экстремум «1 раз в год» следует, на наш взгляд, сопоставлять не с абсолютным максимумом выборки, а со средневзвешенным из максимумов по каждому направлению, где в качестве весовых коэффициентов используются значения повторяемости дрейфа каждого направления.

Как видно из табл. 3, гумбелевские экстремумы «1 раз в год» в случае объединенной выборки практически равны средневзвешенным максимумам, полученным по модельным расчетам (среднее соотношение равно 1,02). Для экстремумов «1 раз в 10 лет», «1 раз в 50 лет» и «1 раз в 100 лет» эти соотношения составляют 1,30, 1,50 и 1,58 соответственно. Это является косвенным подтверждением адекватности оценок экстремального дрейфа, полученных с помощью метода Гумбеля.

Статистическая связь скорости дрейфа с основными дрейфообразующими факторами

Возникновение высоких скоростей дрейфа определяется сочетанием факторов, порождающих дрейф льда или влияющих на него. К числу этих факторов, как известно, относятся ветер, течения, наклон уровня, внутреннее взаимодействие в ледяном покрове, толщина льда и шероховатость его поверхностей, т. е. торосистость. Кроме того, когда речь идет о дрейфе за промежутки времени, исчисляемые часами, значительную роль играет инерция, т. е. динамика льда в предшествующий момент (или период) времени. Вклад каждого из перечисленных факторов разный и меняется в зависимости от многих условий. Например, известно, что вклад ветра и течений, как правило, зависит от продолжительности периода, за который рассматривается дрейф: дрейф, осредненный за период не более нескольких суток, в большей степени определяется ветром, а дрейф за несколько недель или месяцев — течениями.

Для установления роли каждого фактора в зависимости от скорости дрейфа был выполнен следующий анализ. Все векторы дрейфа, полученные по модельным расчетам по каждой модельной сетке, были разбиты на группы по значению модуля скорости дрейфа: менее $0,15$ м/с, $0,15$ – $0,30$ м/с, $0,30$ – $0,45$ м/с, $0,45$ – $0,60$ м/с и более $0,60$ м/с. Для каждой группы была выполнена оценка статистической связи дрейфа

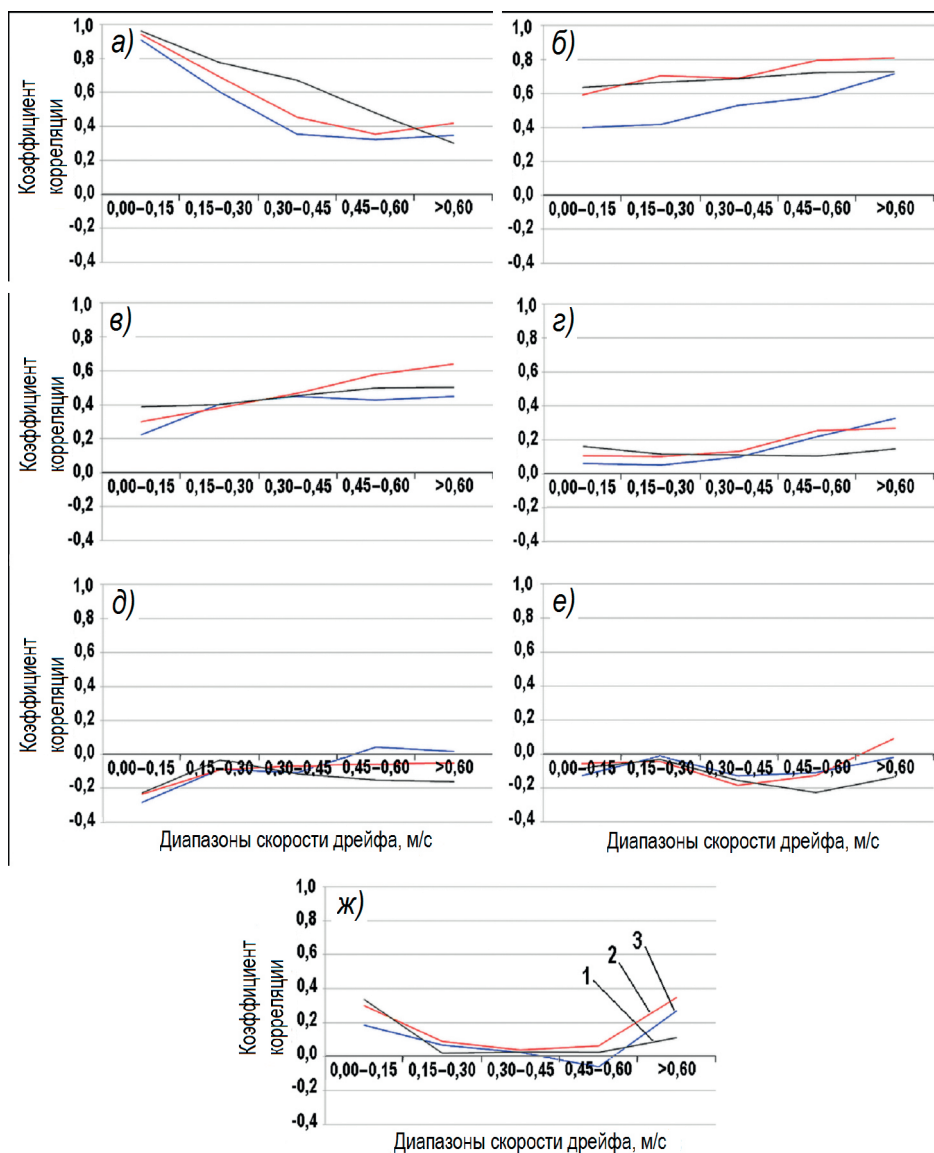


Рис. 3. Коэффициенты корреляции между дрейфом и основными дрейфообразующими факторами при различных диапазонах скорости дрейфа: 1 — сетка с шагом 5 км, 2 — сетка с шагом 12,5 км, 3 — сетка с шагом 25 км

а) дрейф / дрейф (инерция); б) дрейф / ветер; в) дрейф / течение; г) дрейф / градиент уровня; д) дрейф / толщина; е) дрейф / эквивалентная толщина торосов; ж) дрейф / сжатие

Fig. 3 Correlation coefficients between the sea-ice drift and the main forcing factors for various ranges of the ice drift velocities and the spatial resolution of the model: 5 km (1), 12.5 km (2) and 25 km (3).

а) ice drift / ice drift (inertia); б) ice drift / wind; в) ice drift / sea current; г) ice drift / sea level tilt; д) ice drift / ice thickness; е) ice drift / equivalent ice ridge thickness; ж) ice drift / ice pressure

льда с каждым из перечисленных выше факторов. В качестве показателя связи между дрейфом и «дрейфообразующим» фактором был принят парный коэффициент корреляции. Единственное исключение — это влияние инерции, которое оценивалось по значению автокорреляционной функции дрейфа с временным сдвигом, равным 1 часу. Результаты этих тестов представлены на рис. 3.

При малых скоростях очень велика роль инерции (коэффициенты корреляции составляют около 0,90), однако с увеличением скорости она радикально снижается (до 0,30–0,40), т. е. при больших скоростях дрейф статистически мало связан с предшествующим состоянием (рис. 3а). Однако для моделей с разным шагом сетки эти изменения несколько отличаются. В случае сетки с малым шагом (5 км) происходит монотонное, почти линейное снижение коэффициента корреляции от 0,96 при скоростях менее 0,15 м/с до 0,30 при скоростях более 0,60 м/с. При использовании модели с более крупной сеткой (12,5 км) снижение несколько более резкое, но только до скоростей 0,45–0,60 м/с, а при максимальных скоростях (более 0,60 м/с) коэффициент стабилизируется и даже чуть увеличивается. Наконец, при использовании самой грубой сетки (25 км) снижение коэффициента еще резче, но только до скоростей 0,30–0,45 м/с, а затем, при более высоких скоростях, коэффициент тоже стабилизируется.

Зависимость дрейфа от ветра и течений — совершенно обратная (рис. 3б и 3в). По мере роста скорости дрейфа вклад этих факторов заметно увеличивается: в случае «дрейф / ветер» — от 0,40–0,65 до 0,70–0,80, в случае «дрейф / течение» — от 0,20–0,40 до 0,50–0,65. В целом увеличение связей «дрейф / ветер» и «дрейф / течение» не столь резкое, как снижение зависимости дрейфа от инерции, т. е. вклад ветра и течений в дрейф является значительным при любых скоростях дрейфа. Характерно, что наиболее интенсивный рост связи «дрейф / ветер» (от 0,40 до 0,70) отмечен для наиболее грубой сетки.

Также следует отметить некоторое увеличение связи между дрейфом и наклоном уровня, причем это увеличение становится более заметным, когда скорости дрейфа достигают довольно больших значений — 0,45 м/с и более (рис. 3г). При меньших скоростях связь «дрейф / наклон уровня» практически не меняется. В целом общий фон показателей связи «дрейф / наклон уровня» невысок: от 0,05–0,15 при малых скоростях дрейфа до 0,15–0,35 при больших скоростях, что гораздо меньше, чем связь «дрейф / ветер» и «дрейф / течение».

Что касается статистической связи между дрейфом льда и его толщиной (рис. 3д), а также между дрейфом и торосистостью (рис. 3е), то необходимо отметить следующее. Во-первых, абсолютные значения коэффициентов корреляции незначительны, в основном в пределах от –0,25 до 0,10, т. е. связь крайне неустойчива. Это, по-видимому, можно объяснить тем, что вклад толщины и торосистости «теряется» на фоне других, более значимых факторов. Во-вторых, коэффициенты корреляции преимущественно имеют отрицательные значения, т. е. в основном более толстые и более торосистые льды имеют меньшие скорости дрейфа, что в принципе общеизвестно. Что касается тенденций изменения связи по мере увеличения скорости дрейфа, то можно с высокой долей осторожности говорить о том, что при малых скоростях отрицательное влияние толщины на дрейф несколько более заметно, а при увеличении скорости это влияние практически пропадает. В случае торосистости ситуация обратная: при малых скоростях дрейфа связь «дрейф / торосистость» прак-

тически отсутствует, затем, по мере роста скорости, отрицательное влияние торсисности становится чуть более существенным, а при максимальных скоростях дрейфа (более 0,60 м/с) связь снова становится практически нулевой. Но, подчеркнем еще раз, общий фон абсолютных значений коэффициентов корреляции настолько мал, что говорить о каких-либо закономерностях связей «дрейф / толщина» и «дрейф / торсисность» очень сложно.

Наконец, вопрос о статистической взаимосвязи дрейфа и сжатия представляется наиболее сложным и интересным. С одной стороны, дрейф порождает сжатия, сжатия влияют на дрейф, причем это влияние может приводить как к замедлению, так и к ускорению дрейфа. С другой стороны, давление льдин друг на друга может передаваться на очень большие расстояния, и при определенных условиях такое давление может приводить лед в движение даже там, где внешние силы (ветер, течения и т. д.) практически отсутствуют, т. е. сжатия могут порождать дрейф. Более того, достаточно сильные сжатия могут возникать в практически неподвижном льду, и, наоборот, сжатия могут практически отсутствовать при достаточно интенсивном дрейфе. График изменения статистической связи «дрейф / сжатие» по мере роста скорости дрейфа, приведенный на рис. 3ж, показывает, что связь дрейфа и сжатия более или менее заметна (коэффициенты корреляции составляют 0,20–0,40) при малых (менее 0,15 м/с) и, наоборот, при высоких (более 0,60 м/с) скоростях дрейфа. При «промежуточных» скоростях связь между дрейфом и сжатием практически незначима (в пределах $\pm 0,10$). Иными словами, при минимальных и при максимальных скоростях однонаправленные изменения скорости дрейфа и сжатия происходят несколько чаще, чем разнонаправленные, а при «средних» скоростях они практически равновероятны. Физически это можно объяснить, по всей видимости, следующим образом.

Как отмечалось выше, причинно-следственные связи дрейфа и сжатия весьма разнообразны, однако это разнообразие можно свести к 8 упрощенным вариантам:

- 1) рост скорости приводит к росту сжатия (однонаправленное изменение);
- 2) рост скорости приводит к уменьшению сжатия (разнонаправленное изменение);
- 3) уменьшение скорости приводит к росту сжатия (разнонаправленное изменение);
- 4) уменьшение скорости приводит к уменьшению сжатия (однонаправленное изменение);
- 5) рост сжатия приводит к росту скорости (однонаправленное изменение);
- 6) рост сжатия приводит к уменьшению скорости (разнонаправленное изменение);
- 7) уменьшение сжатия приводит к росту скорости (разнонаправленное изменение);
- 8) уменьшение сжатия приводит к уменьшению скорости (однонаправленное изменение).

Варианты 1–4 — это случаи, когда дрейф является причиной, а сжатие — следствием, в вариантах 5–8, наоборот, сжатие играет роль причины, а дрейф — следствия.

При малых скоростях дрейфа несколько затруднена реализация вариантов, связанных со снижением скорости дрейфа, поскольку скорость дрейфа и без того мала и ее

снижение не может быть настолько существенным, чтобы отразиться на статистике. Это в первую очередь относится к варианту № 6 «рост сжатия приводит к уменьшению скорости», т. е. один из вариантов разнонаправленного изменения дрейфа и сжатия имеет относительно меньшую вероятность. Это приводит к некоторому увеличению относительной вероятности остальных вариантов, прежде всего варианта № 1 «рост скорости приводит к росту сжатия». В результате суммарная вероятность однонаправленных изменений оказывается несколько выше, чем разнонаправленных.

При высоких скоростях должна быть понижена вероятность случаев роста скорости, т. к. скорость близка к экстремальной. Представляется, что это в первую очередь относится к варианту № 7 «уменьшение сжатия приводит к росту скорости», т. е. опять-таки снижается относительная вероятность разнонаправленного изменения и, соответственно, увеличивается относительная вероятность случаев однонаправленного изменения.

В случаях «промежуточных» скоростей как рост, так и уменьшение скорости происходят более свободно, и, соответственно, разнонаправленные и однонаправленные изменения почти равновероятны.

Наконец, необходимо отметить, что общий фон значений коэффициентов корреляции для связей «дрейф / наклон уровня», «дрейф / толщина», «дрейф / торосистость» и «дрейф / сжатие» довольно мал, что практически исключает возможность делать какие-либо предположения о влиянии пространственного шага модели на эти связи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С помощью динамико-термодинамической модели эволюции ледяного покрова были выполнены три серии модельных расчетов, имитирующих ледовые условия в Карском море с начала января до начала апреля 2018 г. с временной дискретностью, равной 1 часу, для трех вариантов пространственного разрешения расчетной сетки: 5 км, 12,5 км и 25 км.

Анализ полученных модельных результатов проводился применительно к акватории Байдацкой губы и прилегающих к ней северных подходов, т. к. только этот участок представлен на всех трех вариантах сеточной области.

Анализ показал следующее.

– Средний дрейф (средний перенос) льда в рассматриваемой зоне направлен из Байдацкой губы в сторону открытого моря, т. е. с юга на север с небольшими отклонениями преимущественно к западу. По мере движения с юга на север скорость дрейфа возрастает, а сжатия и торосистость льда, наоборот, уменьшаются. Использование более грубой сетки дает более сглаженное по пространству поле дрейфа, тогда как увеличение пространственной детализации модели приводит к росту пространственных контрастов скоростей дрейфа. Скорости дрейфа, полученные по моделям с малым шагом сетки, оказались в целом выше, чем по модели с грубой сеткой.

– Общий характер распределения скоростей дрейфа в области максимальных значений близок к экспоненциальному, что дает основания применить метод Гумбеля для оценки экстремумов (максимумов) заданной обеспеченности. Экстремальные скорости дрейфа, полученные с помощью распределения Гумбеля и выраженные в терминах «1 раз в N лет», имеют наибольшие значения (до 1,5–1,8 м/с при обеспеченности от «1 раз в 10 лет» — «1 раз в 100 лет») в северной части акватории при направлениях северо-западной четверти при использовании моделей с подробной

сеткой. При использовании грубой сетки скорости обеспеченностью «1 раз в 100 лет» практически везде и по всем направлениям не превышают 0,6–0,8 м/с.

— Анализ статистической связи скорости дрейфа с основными дрейфообразующими факторами показал, что при малых скоростях очень велика роль инерции (коэффициенты корреляции составляют порядка 0,90). По мере увеличения скорости роль инерции падает до 0,30–0,40. Зависимость дрейфа от ветра, течений и наклона уровня принципиально иная: по мере роста скорости дрейфа статистическая связь дрейфа и трех перечисленных факторов становится более тесной. В наибольшей степени это проявляется в случае связи «дрейф / ветер» (от 0,40–0,65 при малых скоростях до 0,70–0,80 при больших), в наименьшей — «дрейф / наклон уровня» (от 0,05–0,15 до 0,15–0,35). Общий фон значений коэффициентов корреляции «дрейф / толщина» и «дрейф / торосистость» очень низок, т. е. статистическая связь крайне неустойчива. Зависимость связи «дрейф / сжатие» от скорости дрейфа радикально отличается от всех упомянутых выше. При малых (менее 0,15 м/с) и при высоких (более 0,60 м/с) скоростях эта связь более или менее заметна (коэффициенты корреляции составляют 0,20–0,40). При скоростях от 0,15 до 0,60 м/с связь между дрейфом и сжатием практически незначима (в пределах $\pm 0,10$). Статистически это означает, что при минимальных и при максимальных скоростях однонаправленные изменения скорости дрейфа и сжатия происходят несколько чаще, чем разнонаправленные, а при «средних» скоростях они практически равновероятны. С точки зрения динамики можно предположить, что при малых скоростях рост сжатия реже приводит к заметному снижению скорости, а при высоких скоростях уменьшение сжатия реже приводит к заметному увеличению скорости. Это, собственно, и дает некоторое уменьшение вероятности разнонаправленных изменений и, соответственно, увеличение вероятности однонаправленных. При «средних» скоростях, т. е. равно «далеких» как от нуля, так и от экстремума, такие эффекты не должны проявляться.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Финансирование. Работа выполнена в рамках гранта РФФИ № 18-05-60109 «Формирование и эволюция опасных ледовых явлений и ледяных образований в Арктике при современных изменениях климата».

Competing interests. The authors declare the absence of competing interests.

Funding. The study was funded by the Russian Foundation of Basic Research (RFBR), project number 18–05–60109 “Formation and evolution of the dangerous ice phenomena and ice features in the Arctic at modern climate changes”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клячкин С.В., Гузенко Р.Б., Май Р.И. Численная модель эволюции ледяного покрова арктических морей для оперативного прогнозирования // Лед и снег. 2015. Т. 55. № 3. С. 83–96.
2. Клячкин С.В., Гузенко Р.Б., Май Р.И., Саперштейн Е.Б., Сергеева И.А., Ярославцева С.И. Численное моделирование динамики ледяного покрова в районе архипелага Шпицберген // Метеорология и гидрология. 2017. № 9. С. 108–118.
3. Миронов Е.У., Клячкин С.В., Юлин А.В. Новые методы и технологии ледовых прогнозов в арктических морях // Метеорология и гидрология. 2019. № 4. С. 26–35.
4. Клячкин С.В., Гузенко Р.Б., Май Р.И., Саперштейн Е.Б., Сергеева И.А., Ярославцева С.И. Методика, технология и результаты численных ледовых прогнозов заблаговременностью до

- 5 суток для российских арктических и замерзающих неарктических морей // Труды III Всероссийской конференции «Гидрометеорология и экология: достижения и перспективы развития». СПб.: Химиздат, 2019. С. 456–460.
5. *Blumberg A. F., Mellor G. L.* A description of a three-dimensional coastal ocean circulation model // Three-Dimensional Coastal Ocean Models. V. 4 / Ed. N. Heaps. Washington, D.C.: American Geophysical Union (AGU), 1987. P. 208.
6. *Mellor G. L.* A three-dimensional, primitive equation, numerical ocean model. Users guide. Program in Atmospheric and Oceanic Sciences. Princeton: Princeton University, 2003. 53 p.
7. *Foreman M.G.G.* Manual for tidal heights analysis and prediction. Pacific Marine Science Report 77-10. Sidney: Institute of Ocean Sciences, 1996. 58 p.
8. *Некрасов А.В.* Энергия океанских приливов. Л.: Гидрометеиздат, 1990. 288 с.
9. *Gill A. E.* Atmosphere-Ocean Dynamics. Academic Press, 1982. V. 30. 662 p.
10. *Rosati A., Miyakoda K.* A general-circulation model for upper-ocean simulation // Journal of Physical Oceanography. 1988. № 18. P. 1601–1626.
11. *Zillman J. W.* Study of some aspects of the radiation and heat budgets of the Southern Hemisphere oceans // Bureau of Meteorology. 1972. Report 26. P. 44–62.
12. *Николаева А.Я., Шестериков Н.П.* Метод расчета ледовых условий (на примере моря Лаптевых) // Труды ААНИИ. 1970. Т. 292. С. 143–217.
13. *Гудкович З.М., Доронин Ю.П.* Дрейф морских льдов. СПб.: Гидрометеиздат, 2001. 112 с.
14. *Аппель И.Л., Гудкович З.М.* Численное моделирование и прогноз эволюции ледяного покрова арктических морей в период таяния. СПб.: Гидрометеиздат, 1992. 143 с.
15. *Хейсин Д.Е., Ивченко В.О.* Распространение ледовых сжатий в сплоченных льда // Океанология. 1975. Т. 15. № 5. С. 803–812.
16. *Гумбель Э.* Статистика экстремальных значений. М.: Мир, 1965. 586 с.

REFERENCES

1. *Klyachkin S.V., Guzenko R.B., May R.I.* Numerical model of the ice cover evolution in Arctic Seas for the operational forecasting. *Led i Sneg. Ice and Snow*. 2015, 55 (3): 83–96. [In Russian].
2. *Klyachkin S.V., Guzenko R.B., May R.I., Sapershtein Ye.B., Sergeyeva I.A., Yaroslavtseva S.I.* Numerical modeling of ice cover dynamics in the area of the Spitsbergen archipelago. *Meteorologiya i gidrologiya. Meteorology and Hydrology*. 2017, 9: 108–118. [In Russian].
3. *Mironov Ye.U., Klyachkin S.V., Yulin A.V.* New methods and technologies of ice forecasts for the Arctic Seas. *Meteorologiya i gidrologiya. Meteorology and Hydrology*. 2019, 4: 26–35. [In Russian].
4. *Klyachkin S.V., Guzenko R.B., May R.I., Sapershtein Ye.B., Sergeyeva I.A., Yaroslavtseva S.I.* Methodology, technology and results of numerical ice forecasts with advance period up to 5 days for the Russian Arctic and freezing non-Arctic seas. Proc. 3rd All-Russia Conference “Hydrometeorology and ecology: Scientific and educational achievements and perspectives”. St. Petersburg: Khimizdat, 2019: 456–460. [In Russian].
5. *Blumberg A. F., Mellor G. L.* A description of a three-dimensional coastal ocean circulation model. Three-Dimensional Coastal Ocean Models. V. 4. Ed. N. Heaps. Washington, D.C.: American Geophysical Union, 1987: 208.
6. *Mellor G. L.* A three-dimensional, primitive equation, numerical ocean model. Users guide. Program in Atmospheric and Oceanic Sciences. Princeton: Princeton University, 2003: 53 p.
7. *Foreman M.G.G.* Manual for tidal heights analysis and prediction. Pacific Marine Science Report 77-10. Sidney: Institute of Ocean Sciences, 1996: 58 p.

8. *Nekrasov A.V. Energiya okeanskix prilivov.* Energy of the ocean tides. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1990: 288 p. [In Russian].
9. *Gill A.E.* Atmosphere-Ocean Dynamics. Academic Press, 1982. 30: 662 p.
10. *Rosati A., Miyakoda K.* A general-circulation model for upper-ocean simulation. *Journal of Physical Oceanography.* 1988, 8: 1601–1626.
11. *Zillman J. W.* Study of some aspects of the radiation and heat budgets of the Southern Hemisphere oceans. *Bureau of Meteorology.* 1972, 26: 44–62.
12. *Nikolayeva A.Ya., Shesterikov N.P.* The method of calculation of ice conditions (on the example of the Laptev Sea). *Trudy AANII. Proc. AARI.* 1970, 292: 143–217. [In Russian].
13. *Gudkovich Z.M., Doronin Yu.P. Drejfmorskix l'dov.* Sea ice drift. St. Petersburg: Gidrometeoizdat, 2001: 112 p. [In Russian].
14. *Appel I.L., Gudkovich Z.M. Chislennoe modelirovanie i prognoz e`volyucii ledyanogo pokrova arkticheskix morej v period tayaniya.* Numerical modeling and forecasting of evolution of the Arctic seas ice cover in the melting period. St. Petersburg: Gidrometeoizdat, 1992: 143 p. [In Russian].
15. *Kheisin D.Ye., Ivchenko V.O.* Propagation of ice pressure in the close ice. *Okeanologiya. Oceanography.* 1975, 15 (5): 803–812. [In Russian].
16. *Gumbel E. Statistika ekstremalnyx znachenij.* Statistics of the extreme values. Moscow: Mir, 1965: 586 p. [In Russian].