

ЛЕДОТЕХНИКА

<https://doi.org/10.30758/0555-2648-2020-66-4-501-514>

УДК 551.32; 629.5



ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ

ORIGINAL ARTICLE

ИЗГИБ ЛЕДЯНОГО ПОЛЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ МОМЕНТА

К.Е. САЗОНОВ^{*1, 2, 3}, А.А. СИМАКИНА³, О.Я. ТИМОФЕЕВ^{2, 3}¹ — Крыловский государственный научный центр, Санкт-Петербург, Россия² — Санкт-Петербургский государственный морской технический университет, Санкт-Петербург, Россия³ — Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

*kirsaz@rambler.ru

Резюме

В работе дано приближенное решение ранее не рассматривавшейся задачи об изгибе полубесконечной ледяной пластины под действием сосредоточенного и распределенного моментов. В работе показано, что нагрузка от момента на ледяное поле возникает при действии на него значительных по величине горизонтальных сил, область приложения которых не захватывает всю толщину ледяного покрова. Необходимость учета такого рода горизонтальных сил возникла в последнее время в связи с рассмотрением целого ряда прикладных задач морской ледотехники. При взаимодействии со льдом вертикального или мало наклоненного борта судна наблюдается разрушение льда в непосредственной близости от борта, которое вызвано действием горизонтальных усилий. В работе приводится приближенное решение поставленной задачи. Результаты расчетов показали, что действие сосредоточенного момента не может вызвать разрушение ледяного покрова у борта. В то же время распределенный по некоторому участку кромки льда момент может приводить к появлению таких разрушений. В работе получены теоретические зависимости, позволяющие приближенно описывать этот процесс.

Ключевые слова: горизонтальная нагрузка, изгиб, ледяное поле, момент, разрушение, распределенная нагрузка.

Для цитирования: Сазонов К.Е., Симакина А.А., Тимофеев О.Я. Изгиб ледяного поля под действием момента // Проблемы Арктики и Антарктики. 2020. Т. 66. № 4. С. 501–514. <https://doi.org/10.30758/0555-2648-2020-66-4-501-514>.

Поступила 15.06.2020

После переработки 26.08.2020

Принята 03.09.2020

ICE FIELD BENDING DUE TO MOMENT ACTION

KIRILL E. SAZONOV^{*1, 2, 3}, ALEXANDRA A. SIMAKINA³, OLEG YA. TIMOFEEV^{2, 3}¹ — Krylov State Research Centre, St. Petersburg, Russia² — St. Petersburg State Marine Technical University, St. Petersburg, Russia³ — Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

Summary

The paper presents an approximate solution to the previously unsolved problem of a semi-infinite ice plate bending under the action of concentrated and distributed moments. It is shown that the load from the moment on the ice field occurs when the latter is affected by significant horizontal forces, whose area of application does not encompass the entire thickness of the ice cover. The need to consider this type of horizontal forces has recently arisen in connection with the consideration of a number of applied problems of marine ice engineering. The interaction of ice with vertical shipboards or those inclined at small angles causes ice failure in the immediate vicinity of the boards under the action of horizontal forces. The paper gives an approximate solution to the problem. The results of calculations show that the concentrated moment is not able to break the ice cover near ship sides. At the same time, the moment distributed over some part of the ice edge may induce such failure. The paper obtains theoretical relations to describe this process approximately.

Keywords: bending, distributed load, fracture, ice field, horizontal load, moment.

For Citation: Sazonov K.E., Simakina A.A., Timofeev O.Ya. Ice field bending due to moment action. *Problemy Arktiki i Antarktiki*. Arctic and Antarctic Research. 2020, 66 (4): 501–514. <https://doi.org/10.30758/0555-2648-2020-66-4-501-514>.

Received 15.06.2020

Revised 26.08.2020

Accepted 03.09.2020

ВВЕДЕНИЕ

Различными вопросами, связанными с изучением изгиба ледяного покрова, специалисты стали заниматься практически одновременно с появлением ледотехники как нового направления в развитии технических наук. Первая работа в этом направлении была выполнена в 1929 г. С.А. Бернштейном [1] и касалась применения теории Герца [2] об изгибе пластин, лежащих на упругом основании, к анализу работы железнодорожных ледяных переправ. В конце 1930-х гг. изгиб полубесконечной балки, лежащей на упругом основании, был рассмотрен в работах Ю.А. Шиманского [3] и А.И. Маслова [4]. Дальнейшее развитие теория получила в работах С.С. Голушкевича [5] и Г.С. Шапиро [6] и др. Аналогичной тематикой занимались и зарубежные ученые [7, 8]. Приближенные выражения для определения усилий, разрушающих ледяной покров, были опубликованы в работах Д.Е. Хейсина [9] и В.И. Каштеляна [10]. Эти выражения вплоть до настоящего времени широко применяются в работах по морской ледотехнике [11, 12]. Дальнейшее развитие статической теории сфокусировалось на решении конкретных задач, возникающих при взаимодействии различных инженерных объектов с ледяным покровом (см., например, работу [13]).

Отличительной чертой почти всех указанных выше работ является отказ от рассмотрения сил, действующих в плоскости ледяного покрова. В работах [9, 14] указывается, что влияние таких сил на изгиб ледяного покрова мал и его можно не учитывать. Необходимо отметить, что этот вывод получен для горизонтальных сил, равномерно распределенных по толщине ледяного покрова.

Логика развития морской ледотехники в настоящее время привела к необходимости рассмотрения целого ряда прикладных задач, в которых очевидно нельзя не учитывать наличие существенных по величине горизонтальных усилий, возникающих при взаимодействии инженерных объектов со льдом. К таким задачам можно отнести, например, изучение управляемости судов [15]. Но наиболее остро проблема необходимости учета влияния горизонтальных сил проявляется при взаи-

модействии со льдом близкой к вертикальной или вертикальной стенки. Это задачи воздействия ледовых сжатий на цилиндрическую вставку судна [16], оценка возможности выхода судна из собственного канала [17], особенности взаимодействия со льдом района перехода носового заострения в цилиндрическую вставку при движении судов в сплошных льдах [18, 19]. Во всех этих задачах на ледяной покров действуют значительные по величине горизонтальные усилия, причем особенностью этих усилий является то, что они приложены не ко всей толщине ледяного покрова. Такое приложение горизонтальных усилий дает возможность говорить о нагрузке ледяного покрова моментом.

Анализ публикаций по изгибу ледяного поля, часть из которых указана выше, показал, что задача о нагружении кромки поля моментом выпала из рассмотрения исследователей. Это обстоятельство стало причиной рассмотрения соответствующей статической задачи, приближенное решение которой приводится ниже. В предлагаемом решении авторы во многом ориентировались на подход, развитый Д.Е. Хейсиным в работе [9].

СВЯЗЬ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ УСИЛИЙ С МОМЕНТОМ

подавляющее большинство инженерных объектов, взаимодействующих с ледяным покровом, имеет наклонные поверхности. Эти наклонные поверхности контактируют с верхней или нижней кромкой ледяного поля в зависимости от их угла наклона. При контакте происходит смятие кромки и образование поверхности смятия S , на которой действуют контактные давления p . В соответствии с часто применяемым в морской ледотехнике критерием разрушения Галилея эти давления принимают равными пределу прочности льда на смятие σ_c . Поэтому нормальное к поверхности смятия усилие N , действующее на лед, задается следующим выражением:

$$N = \sigma_c S. \quad (1)$$

Для дальнейших рассуждений введем систему декартовых координат. Начало координат совпадает с поверхностью льда в точке приложения сосредоточенной нагрузки. Ось OX направлена влево, ось OY — в глубь ледяного поля, ось OZ — вертикально вниз. Введем правило знаков. Прогибы считаются положительными при совпадении с положительным направлением оси OZ . Углы поворота сечений положительны при повороте по часовой стрелке. Моменты считаются положительными, если они выгибают ледяное поле выпуклостью вверх.

Проекции усилия N на вертикальную и горизонтальную оси координат дают значения вертикальной силы F , вызывающей изгиб ледяного поля, и горизонтальной T , сжимающей его.

$$F = N \sin \theta, \quad T = N \cos \theta, \quad (2)$$

где θ — угол наклона поверхности. Этот угол обычно отсчитывается от вертикали.

Кроме случая вертикальной поверхности ($\theta = 0$), площадь смятия не распространяется (по крайней мере на начальных этапах внедрения поверхности в лед) на всю толщину ледяного покрова. Поэтому горизонтальное усилие создает изгибающий момент относительно нейтральной поверхности пластины, которая является математической моделью ледяного покрова. Этот момент может быть записан следующим образом:

$$M_0 = \int_S p(z) z \cos \theta dS, \quad (3)$$

где z — вертикальное расстояние от нейтральной поверхности пластины до рассматриваемой поверхности смятия.

Положение нейтральной поверхности пластины принимается посередине толщины ледяного покрова. Поэтому при $\theta = 0$ действие изгибающего момента исчезает: $M_0 = 0$. При постоянных значениях величины давления выражение (3) можно записать следующим образом:

$$M_0 = T(0,5h - z^*), \quad (4)$$

где z^* — вертикальная координата центра тяжести площади проекции поверхности смятия на плоскость OXZ . Формулы (3) и (4) справедливы только для случая изотропной ледяной пластины. Если же при анализе учитывается распределение прочностных свойств льда по толщине, то положение нейтральной оси пластины должно дополнительно определяться в каждом конкретном случае.

Для вертикальных стенок введение момента требует учета дополнительной информации о физико-механических свойствах льда [16]. Физико-механические свойства морского льда существенно отличаются по толщине льда из-за разной температуры слоев льда и разной солености и, как следствие, разной структуры. В частности, в направлении, параллельном поверхности, прочность на сжатие верхних слоев льда выше, чем аналогичная прочность на сжатие нижних слоев льда. Основной причиной такого положения является разность температур верхних и нижних слоев льда, а также их распределение за счет стока рассола. Нижние слои имеют температуру, близкую к температуре морской воды у поверхности ($-1,5 \dots 1,0$ °C). Температура верхних слоев близка к температуре воздуха, что для арктических условий может составлять ниже -40 °C. Допустим, что прочность льда в направлении, параллельном поверхности, предполагается распределенной линейно по толщине льда. Некоторое условное распределение прочности льда на параллельное сжатие по толщине показано на рис. 1. Приняты следующие обозначения: $\sigma_{c,u}$ — прочность льда на параллельное сжатие в верхнем слое ровного льда; $\sigma_{c,d}$ — прочность льда

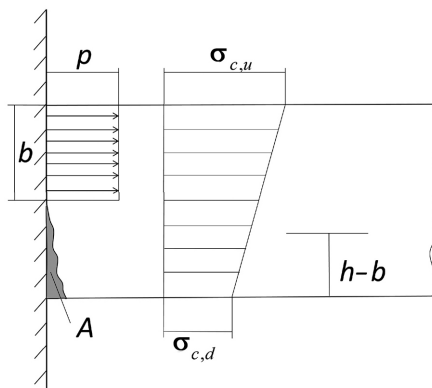


Рис. 1. Схема контактных ледовых нагрузок при взаимодействии с вертикальной стенкой и распределение прочности льда на сжатие в направлении, параллельном поверхности по толщине: p — контактное давление, b — высота пятна контакта, A — зона разрушенного льда

Fig. 1. Scheme of contact ice loads due to ice interacting with a vertical wall and the effect of the ice on compression into a parallel thickness surface: p — contact pressure, b — spot height, A — zone of destroyed ice

на параллельное сжатие в нижнем слое ровного льда; h — толщина ровного льда. Принятые обозначения и предположения позволяют записать:

$$\sigma_c(y) = \sigma_{c,u} + (\sigma_{c,u} - \sigma_{c,d}) \cdot \frac{z}{h}. \quad (5)$$

Контакт вертикального борта с ледяным покровом для любого момента времени приводит к следующим контактным нагрузкам (рис. 1). При взаимодействии с вертикальной стенкой происходит достаточно медленный рост среднего контактного давления в нижних слоях льда, для которых выполняется условие

$$p > \sigma_c(z). \quad (6)$$

Это приводит к преимущественному разрушению кристаллов льда в нижнем слое ледяного покрова (область А рис. 1), при этом контактное давление перераспределяется на высоту b , меньшую, чем толщина льда h . А это приводит к возникновению момента (3).

ДЕЙСТВИЕ СОСРЕДОТОЧЕННОГО МОМЕНТА НА ПОЛУБЕСКОНЕЧНУЮ ПЛАСТИНУ

Рассмотрим задачу об изгибе полубесконечной пластины, лежащей на упругом основании гидравлического типа и нагруженной сосредоточенным моментом M_0 . С точкой приложения сосредоточенного момента совместим начало координат (рис. 2). Уравнение изгиба пластины, лежащей на упругом основании, задается в следующем виде:

$$\Delta \Delta w + \frac{k w}{D} = 0; \quad D = \frac{E h^3}{12(1 - \mu^2)}, \quad (7)$$

где $w(x, y)$ — прогиб пластины; $k = \rho g$ — коэффициент, характеризующий жесткость упругого основания; ρ — плотность воды; g — ускорение свободного падения; D — цилиндрическая жесткость; E — модуль Юнга; h — толщина льда; μ — коэффициент Пуассона льда.

Граничные условия для уравнения (7) на кромке ледяного покрова

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0. \quad (8)$$

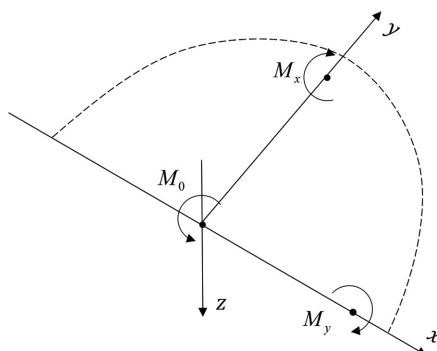


Рис. 2. Изгиб полубесконечной пластины от сосредоточенного момента, приложенного в точке (0, 0)

Fig. 2. Bending of a semi-infinite plate due to a concentrated moment applied at the point (0, 0)

Это условие выполняется на всей кромке, кроме точки $(0, 0)$, в которой действует сосредоточенный момент M_0 .

$$r_y = -D \left(\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2 - \mu) \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial x^2} \right) = 0; \quad (9)$$

здесь r_y — перерезывающая сила.

При приближенном решении условия (8) и (9) не обязательно должны точно выполняться.

Условия на бесконечности требуют, чтобы прогиб и все его производные стремились к нулю:

$$\lim_{\substack{x \rightarrow \pm\infty \\ y \rightarrow \infty}} w = 0. \quad (10)$$

Потенциальная энергия изгиба пластины может быть задана следующим соотношением [9]:

$$V = \frac{D}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \left\{ (\Delta w)^2 - 2(1 - \mu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] + \frac{k}{D} w^2 \right\} dx dy. \quad (11)$$

Будем искать приближенное решение в виде:

$$w(x, y) = e^{-\alpha y} (\cos \alpha y - \sin \alpha y) f(x). \quad (12)$$

Здесь $f(x)$ — неизвестная функция, подлежащая определению; $\alpha = (k/(4D))^{1/4}$.

Зависимость прогиба от y в выражении (12) выбрано таким образом, чтобы оно совпадало со статическим решением для балки-полоски на упругом основании [20].

Подставляя (12) в (11) и выполняя интегрирование по y , получим

$$V = \frac{D}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{1}{4\alpha} [f''(x)]^2 + \left(3\alpha^3 + \frac{1}{4\alpha} \frac{k}{D} \right) f^2(x) + \alpha \mu f''(x) f(x) + 3\alpha(1 - \mu) [f'(x)]^2 \right\} dx. \quad (13)$$

Из соображений симметрии интеграл (13) можно записать

$$V = D \int_0^{\infty} F[f(x), f'(x), f''(x)] dx. \quad (14)$$

Выполняя условия Эйлера–Пуассона, можно записать дифференциальное уравнение для функции $f(x)$, при котором достигается минимум функционала V :

$$f^{IV}(x) - 4\alpha^2(3 + 4\mu)f''(x) + 16\alpha^4 f(x) = 0. \quad (15)$$

Уравнение (15) представляет собой уравнение сложного изгиба балки, лежащей на упругом основании. В работе [9] Д.Е. Хейсин не учитывает влияние сложного изгиба и отбрасывает член $s f''$. Аналогичное решение принято в данной работе, т. к. вклад в величину момента от продольных усилий минимален из-за незначительности прогиба. Учет влияния продольных сил можно выполнить, но это приводит к излишней громоздкости получаемых формул.

В итоге для нахождения неизвестной функции $f(x)$ получим уравнение

$$f^{IV}(x) + 16\alpha^4 f(x) = 0, \quad (16)$$

решение которого хорошо известно:

$$f(x) = e^{-\alpha_1 x} (A \cos \alpha_1 x + B \sin \alpha_1 x), \quad \alpha_1 = \sqrt{2}\alpha. \quad (17)$$

Здесь учтено граничное условие (10).

Для нахождения неизвестных коэффициентов воспользуемся тем, что приложенный к кромке ледяного покрова момент должен быть компенсирован реакцией упругого основания:

$$2 \int_0^\infty \int_0^\infty k y w(x, y) dx dy - M_0 = 0. \quad (18)$$

Выполнив необходимые вычисления, получим:

$$A + B = \frac{2\sqrt{2}M_0\alpha^3}{k}. \quad (19)$$

Для нахождения второго уравнения для определения неизвестных коэффициентов воспользуемся тем, что из условия симметрии угол поворота сечения в начале координат должен быть равен нулю.

$$\left. \frac{\partial w}{\partial x} \right|_{\substack{y=0 \\ x=0}} = 0. \quad (20)$$

Продифференцировав по x выражение (12) с учетом (17), в итоге получим

$$B - A = 0. \quad (21)$$

Окончательно неизвестные коэффициенты будут равны

$$A = B = \frac{\sqrt{2}M_0\alpha^3}{k}. \quad (22)$$

Прогиб пластины под действием момента, приложенного в начале координат, равен

$$w(x, y) = \frac{\sqrt{2}\alpha^3 M_0}{k} e^{-\alpha(\sqrt{2}x+y)} (\cos \sqrt{2}\alpha x + \sin \sqrt{2}\alpha x) (\cos \alpha y - \sin \alpha y). \quad (23)$$

Выпишем уравнение для момента, действующего вдоль оси y при $x = 0$, в соответствии с уравнением

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right). \quad (24)$$

Подставляя (23) в (24) и учитывая, что рассматриваются значения момента, действующего вдоль оси y при $x = 0$, получим

$$M_x = -\frac{\alpha M_0}{\sqrt{2}} \left(e^{-\alpha y} (\cos \alpha y + \sin \alpha y) - 2\mu e^{-\alpha y} (\cos \alpha y - \sin \alpha y) \right) = -\frac{\alpha M_0}{\sqrt{2}} \psi(y). \quad (25)$$

Координату точки положения экстремума этого момента можно получить в следующем виде:

$$\operatorname{tg} \alpha y = 2\mu \quad (26)$$

Откуда следует выражение для координаты места положения максимального изгибающего момента y^* :

$$y^* = (1/\alpha) \cdot \arctg 2\mu. \quad (27)$$

ИЗГИБ ОТ РАСПРЕДЕЛЕННОГО МОМЕНТА

Рассмотрим изгиб ледяного покрова от действия момента, распределенного по кромке на некоторой длине b (рис. 3). Будем полагать, что распределенный момент m постоянен

$$m = M_0/b. \quad (28)$$

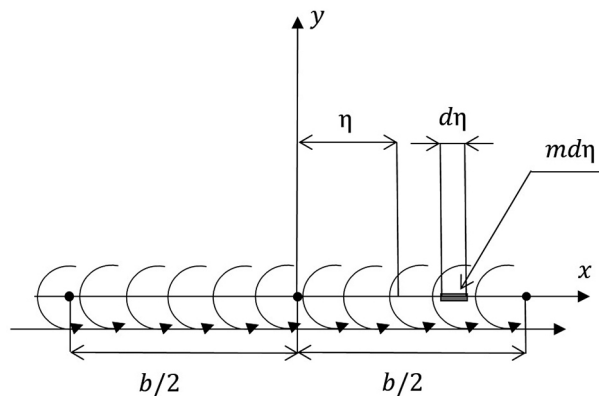


Рис. 3. Изгиб полубесконечной пластины от распределенного момента

Fig. 3. Bending a semi-infinite plate due to a distributed moment

Тогда прогиб от действия элементарного распределенного момента $md\eta$, приложенного в точке с координатой $x = \eta$ при $x - \eta \geq 0$, будет

$$w = \frac{\sqrt{2}\alpha^3 md\eta}{k} F(y) e^{-\sqrt{2}\alpha(x-\eta)} \left[\cos \sqrt{2}\alpha(x-\eta) + \sin \sqrt{2}\alpha(x-\eta) \right], \quad (29)$$

здесь $F(y) = e^{-\alpha y} (\cos \alpha y - \sin \alpha y)$.

Следуя Д.Е. Хейсину [9], общее выражение для прогиба пластины при $-\infty < x < \infty$ можно представить в виде:

$$w = \frac{\sqrt{2}\alpha^3 md\eta}{k} F(y) \left[ch\sqrt{2}\alpha(x-\eta) + \Gamma sh\sqrt{2}\alpha(x-\eta) \right] \times \\ \times \left[\cos \sqrt{2}\alpha(x-\eta) - \Gamma \sin \sqrt{2}\alpha(x-\eta) \right], \quad (30)$$

где $\Gamma = 1$ при $x - \eta \geq 0$;

$\Gamma = -1$ при $x - \eta \leq 0$;

при $x = 0$ $\begin{cases} \Gamma = +1, & \eta \leq 0 \\ \Gamma = -1, & \eta \geq 0 \end{cases}$.

Прогиб для постоянной нагрузки m , распределенной на участке кромки ледяного поля $-b/2 < x < b/2$, может быть записан в следующем виде:

$$w = \frac{\sqrt{2}\alpha^3 m}{k} F(y) I(x), \quad (31)$$

где

$$I(x) = \int_{-b/2}^x e^{-\sqrt{2}\alpha(x-\eta)} [\cos \sqrt{2}\alpha(x-\eta) + \sin \sqrt{2}\alpha(x-\eta)] d\eta + \int_x^{b/2} e^{\sqrt{2}\alpha(x-\eta)} [\cos \sqrt{2}\alpha(x-\eta) - \sin \sqrt{2}\alpha(x-\eta)] d\eta. \quad (32)$$

Для промежутка $-b/x < x < b/2$ значение интеграла (32) может быть записано следующим образом:

$$I(x) = \frac{1}{\sqrt{2}\alpha} \left[2 - e^{-\sqrt{2}\alpha(x+b/2)} \cos \sqrt{2}\alpha(x+b/2) - e^{\sqrt{2}\alpha(x-b/2)} \cos \sqrt{2}\alpha(x-b/2) \right]. \quad (33)$$

Изгибающий момент на оси y при $x = 0$ будет равен

$$M_x = -m \left(e^{-\alpha y} (\cos \alpha y + \sin \alpha y) \left(1 - e^{-\frac{ab}{\sqrt{2}}} \cos \frac{\alpha b}{\sqrt{2}} \right) - 2\mu e^{-\alpha y} (\cos \alpha y - \sin \alpha y) e^{-\frac{ab}{\sqrt{2}}} \sin \frac{\alpha b}{\sqrt{2}} \right) = -m\psi_b(y, b). \quad (34)$$

При $b \rightarrow 0$ выражение (34) переходит в формулу (25). Выполнив соответствующие преобразования, получим уравнение для определения координаты положения максимального изгибающего момента:

$$\operatorname{tg} \alpha y = \frac{2\mu e^{-\frac{ab}{\sqrt{2}}} \sin \frac{\alpha b}{\sqrt{2}}}{1 - e^{-\frac{ab}{\sqrt{2}}} \cos \frac{\alpha b}{\sqrt{2}}}. \quad (35)$$

При $b \rightarrow \infty$ имеем $\operatorname{tg} \alpha y = 0$ и, следовательно, $y = 0$. Этот результат совпадает с положением максимального изгибающего момента для полубесконечной балки-полоски.

$$\lim_{b \rightarrow 0} = \frac{e^{-\frac{ab}{\sqrt{2}}} \sin \left(\frac{\alpha b}{\sqrt{2}} \right)}{1 - e^{-\frac{ab}{\sqrt{2}}} \cos \left(\frac{\alpha b}{\sqrt{2}} \right)} = 1, \text{ следовательно, } \operatorname{tg} \alpha y = \mu, \text{ что совпадает с вы-}$$

ражением (26) для сосредоточенного момента.

Таким образом, координата расположения максимального изгибающего момента определяется выражением

$$y_b^* = \frac{1}{\alpha} \operatorname{arctg} \frac{2\mu e^{-\frac{ab}{\sqrt{2}}} \sin \frac{\alpha b}{\sqrt{2}}}{1 - e^{-\frac{ab}{\sqrt{2}}} \cos \frac{\alpha b}{\sqrt{2}}}. \quad (36)$$

Из этого выражения следует, что координата положения максимального изгибающего момента зависит от протяженности зоны контакта, на которой распределен момент. Характер этой зависимости представлен на рис. 4. Анализ этого рисунка показывает, что при увеличении зоны контакта сооружения со льдом размер обломка уменьшается

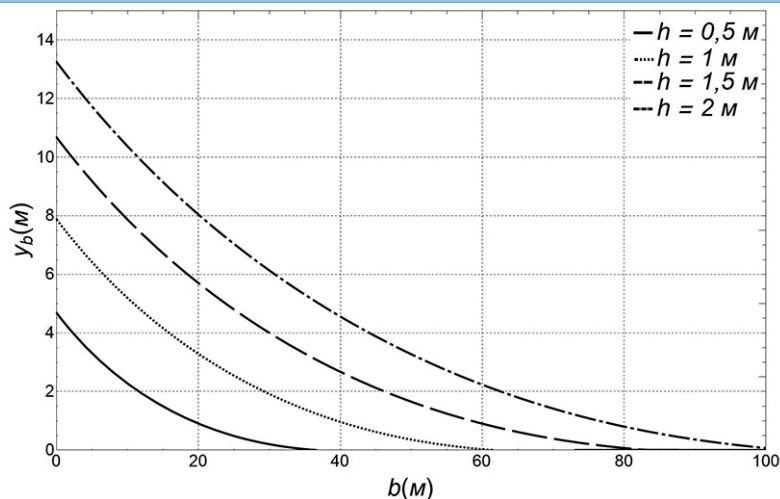


Рис. 4. Характер изменения размеров обломков льда при действии рассредоточенного момента в зависимости от протяженности зоны контакта

Fig. 4. Changing in the size of ice fragments under the action of a dispersed moment depending on the extent of the contact zone

и приближается к сооружению. Начиная с некоторого значения $y_b < kh$ происходит смена механизма разрушения ледяного покрова. Лед начинает разрушаться дроблением и сколом. Ориентировочно значения коэффициента k лежат в пределах от 1 до 3.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для практических приложений важными представляются результаты, приведенные на рис. 4. Из этих результатов следует, что размер обломка уменьшается при возрастании протяженности зоны контакта. При этом этот размер оказывается заметно меньше, чем теоретически рассчитанные значения при действии сосредоточенного момента. Также получаемый размер меньше размера обломка при действии вертикальной сосредоточенной силы, который в теории равен $y = \pi/4\alpha$ для полубесконечной балки, лежащей на упругом основании. Такие небольшие обломки часто наблюдаются при воздействии ледовых сжатий на цилиндрическую вставку судов (рис. 5).

Существование зоны разрушения в непосредственной близости к борту при воздействии рассредоточенного момента на ледяные выступы при различных значениях угла в вершине выступа подтверждают расчеты МКЭ. Пример соответствующего расчета приведен в работе [16].

В дальнейшем предстоит еще выяснить, в какой степени описанные в работе эффекты оказывают влияние на часто встречающуюся в практике арктического мореплавания операцию выхода судна из ледяного канала. Вполне возможно, что учет наличия довольно больших горизонтальных сил, приводящих к возникновению распределенного момента, позволит объяснить влияние геометрических особенностей оформления перехода носового заострения в цилиндрическую вставку на ледовое сопротивление.

Выше были приведены математические выкладки, позволяющие рассчитать элементы изгиба полубесконечного ледяного поля под действием приложенного



Рис. 5. Характерное разрушение льда при ледовых сжатиях, воздействующих на вертикальный борт цилиндрической вставки. Фото О.Я. Тимофеева

Fig. 5. Characteristic destruction of ice during ice compression affecting the vertical side of the cylindrical insert. Photo provided by O.Ya. Timofeev

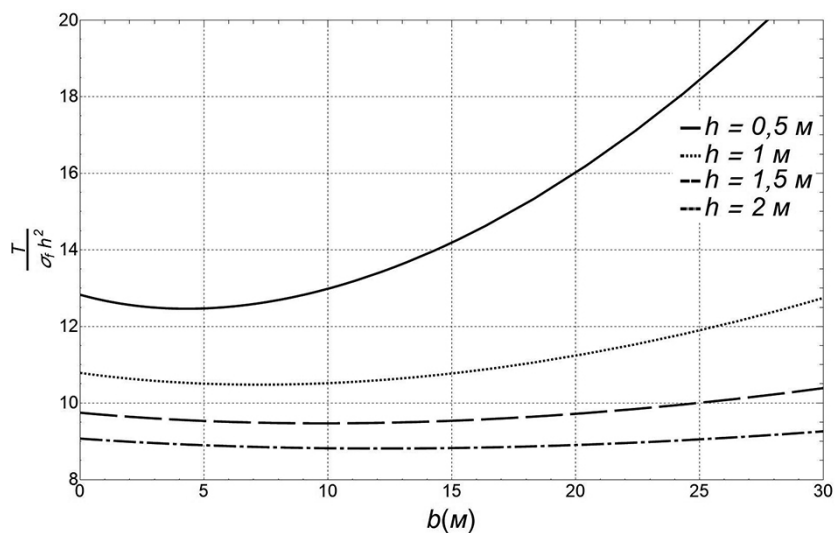


Рис. 6. Величина разрушающего горизонтального усилия в зависимости от протяженности зоны контакта и толщины льда

Fig. 6. The magnitude of the destructive horizontal force as a function of the length of the contact zone and the thickness of the ice

к его кромке сосредоточенного и распределенного на некотором отрезке момента. Используя известную связь между величиной момента и изгибными напряжениями $\sigma_f = 6M_x/h^2$, можно получить величины предельных значений сосредоточенной и распределенных горизонтальных сил, вызывающих изгибное разрушение ледяного покрова.

Для сосредоточенного момента с учетом формул (4), (25) и (27) получим

$$\frac{T}{\sigma_f h^2} = \frac{1}{3\sqrt{2}\alpha\psi(y^*)(0,5h - z^*)}. \quad (37)$$

Для распределенного момента с учетом формул (4), (34) и (36) получим

$$\frac{T}{\sigma_f h^2} = \frac{b}{6\psi_b(y_b^*, b)(0,5h - z^*)}. \quad (38)$$

На рис. 6 приведены результаты расчетов по формуле (38). В этих расчетах было принято, что $z^* = 0,05h$.

Анализ данных рис. 6 показывает, что безразмерная сила имеет очень пологий минимум. Это обстоятельство позволяет ожидать, что в реальных условиях описанный в работе тип разрушения льда может реализовываться в относительно широком диапазоне значений протяженности зоны контакта.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе выполнено приближенное теоретическое исследование воздействия горизонтальных сил на характер разрушения ледяного покрова. Показано, что действие горизонтальных сил в случае, когда они приложены не ко всей толщине ледяного покрова, можно свести к действию на лед момента. Приближенное решение дало возможность определить все элементы изгиба полубесконечной пластины, лежащей на упругом основании, необходимые для нахождения разрушающих усилий, а также размеров образующихся при этом обломков. Показано, что при действии распределенного момента размер обломка может быть существенно меньше, чем при действии сосредоточенного. Этим обстоятельством можно объяснить наблюдаемый в натурных условиях характер разрушения льда при воздействии ледовых сжатий на цилиндрическую вставку судна. Возможно, описанный механизм разрушения может играть существенную роль и в других ситуациях, связанных с эксплуатацией судов и морских инженерных сооружений в Арктике.

Конфликт интересов. Конфликт интересов отсутствует.

Финансирование. Работа выполнена как часть проекта 0784-2020-0021 при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

Competing interests. The authors have no competing interests.

Funding. This work was carried out as part of project 0784-2020-0021 supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бернштейн С.А. Ледяная железнодорожная переправа // XVIII сборник отдела инженерных исследований НКПС. М.: Транспечать, 1929. 42 с.
2. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. М.: Наука, 1966. 636 с.

3. Шиманский Ю.А. Условные измерители ледовых качеств судна // Труды АНИИ. 1938. Т. 130. 60 с.
4. Маслов А.И. Опыт расчета внешних усилий, действующих на корпус судна в ледовых условиях // Труды Всесоюзного научного инженерно-технического общества судостроения ВНИИТОСС. 1937. Т. 2. Вып. 3. С. 129–132.
5. Голушкевич С.С. О некоторых задачах теории изгиба ледяного покрова. Л.: Воениздат, 1947. 231 с.
6. Шаниро Г.С. Полубесконечная пластина на упругом основании // Прикладная математика и механика. 1943. Т. 6. № 4. С. 316–320.
7. Керр А. К вопросу о критической силе при продольном изгибе для плавающих пластин // Физика и механика льда / Под ред. П. Трюде. М.: Мир, 1983. С. 152–164.
8. Невел Д. Изгиб и потеря устойчивости клина на упругом основании // Физика и механика льда / Под ред. П. Трюде. М.: Мир, 1983. С. 272–281.
9. Хейсин Д.Е. Прочность ледяного покрова под действием нагрузки, приложенной к его кромке // Труды АНИИ. 1960. Т. 237. С. 133–152.
10. Каистелян В.И. Приближенное определение усилий, разрушающих ледяной покров // Проблемы Арктики и Антарктики. 1960. Вып. 5. С. 71–76.
11. Ионов Б.П., Грамузов Е.М. Ледовая ходкость судов. СПб.: Судостроение, 2001. 512 с.
12. Сазонов К.Е. Теоретические основы плавления судов во льдах. СПб.: ЦНИИ им. академика А.Н. Крылова, 2010. 274 с.
13. Зуев В.А., Грамузов Е.М., Двойченко Ю.А. Разрушение ледяного покрова: Материалы по обмену опытом. Горький: НТО им. акад. А.Н. Крылова, 1989. 86 с.
14. Enkvist E. On the resistance encountered by ships operating in the continuous mode of icebreaking. Helsinki: The Swedish Academy of Engineering Sciences in Finland, 1972. 181 p.
15. Сазонов К.Е. Ледовая управляемость судов. СПб.: ЦНИИ им. академика А.Н. Крылова, 2006. 252 с.
16. Аполлонов Е.М., Нестеров А.Б., Тимофеев О.Я. Регламентация ледовых нагрузок на вертикальный борт при сжатии во льдах // Науч.-техн. сб. Российского морского регистра судоходства. 2008. Вып. 31. С. 129–146.
17. Добродеев А.А., Сазонов К.Е., Саперштейн И.А. Выход судна из ледяного канала // Труды Крыловского научного центра. 2020. № 2 (392). С. 59–65.
18. Su B., Riska K., Moan T. A numerical method for the prediction of ship performance in level ice // Cold Reg. Sci. Technol. 2010. V. 60. P. 177–188.
19. Myland D., Ehlers S. Influence of bow design on icebreaking resistance // Ocean Engineering. 2016. V. 119. P. 217–248.
20. Справочник по строительной механике корабля. Т. 1 / Под ред. Ю.А. Шиманского. Л.: Судпромгиз, 1958. 628 с.

REFERENCES

1. Bernstein S.A. *Ledynaya jeleznodorojnaya pereprava*. Ice railway crossing. *XVIII Sbornik otdela inženernikh issledovany*. XVIII volume of Engineering Research Department NKPS. Moscow: Transpechat, 1929: 42 p. [In Russian].
2. Timoshenko S.P., Woinowsky-Krieger S. *Plastini i obolochki*. Plates and Shells. Moscow: Nauka, 1966: 636 p. [In Russian].
3. Shimansky U.A. *Uslovnie izmeriteli ledovih kachest sudna*. Conventional gauges of ice qualities of the vessel. *Trudy ANII*. Proceeding of the ASRI. 1938, 130: 60 p. [In Russian].

4. Maslov A.I. *Opit rasheta vnesnih usili, deistvuushih na korpus sudna v ledovih usloviyah*. Experience in calculating external forces acting on the hull in ice conditions. *Trudy Vsesoyuznogo nauchnogo inzhenerno-tekhnicheskogo obshchestva sudostroenya VNIITOSS*. Proceedings of the All-Union Scientific Engineering and Technical Society of Shipbuilding ASITSSB. 1937, 2 (3): 129–132. [In Russian].
5. Golushkevich S.S. *O nekotiryh zadachah teorii izgiba ledyanovo pokrova*. About some problems of the theory of ice cover bending. Leningrad: Voenizdat, 1947: 231 p. [In Russian].
6. Shapiro G.S. Semi-infinity beam on an elastic foundation. *Prikladnaya matematika i mehanika*. Applied mathematics and mechanics. 1943, 7 (4): 316–320. [In Russian].
7. Kerr A. About the issue of critical bending force for floating plates. Physics and ice mechanics. Ed. Trude P. Moscow: Mir, 1983: 152–164. [In Russian].
8. Nevel D. Bending and bucling of a wedge on an elastic foundation. Physics and ice mechanics. Ed. Trude P. Moscow: Mir, 1983: 272–281. [In Russian].
9. Heisin D.E. The strength of the ice sheet under the action of the load applied to its edge. *Trudy ANII*. Proceeding of the ASRI. 1960, 237: 133–152. [In Russian].
10. Kashtelyan V.I. Approximation of determination of the ice breaking forces. *Problemy Arktiki and Antarktiki*. Problems of the Arctic and Antarctic. 1960, 5: 71–76. [In Russian].
11. Ionov B.P., Gramuzov E.M. *Ledovaya hodkost sudov*. Ship ice speed. St. Petersburg: Sudostroenie, 2001: 512 p. [In Russian].
12. Sazonov K.E. *Teoreticheskie osnovi plavaushih sudov vo ldah*. The theoretical basis of the navigation of ships in ice. St. Petersburg: CRI named after academician A.N. Krylov, 2010: 274 p. [In Russian].
13. Zuev V.A., Gramuzov E.M., Dvoychenko U.A. *Razrushenie ledyanovo pokrova. Material po obmenu opytom*. Ice cover destruction. Material for the exchange of experience. Gorkiy: NTO named after academician A.N. Krylov, 1989: 86 p. [In Russian].
14. Enkvist E. On the resistance encountered by ships operating in the continuous mode of icebreaking. Helsinki: The Swedish Academy of Engineering Sciences in Finland, 1972: 181 p.
15. Sazonov K.E. *Ledovaya upravlyaemost sudov*. Ship handling. St. Petersburg: CRI named after academician A.N. Krylov. 2006: 252 p. [In Russian].
16. Apollonov E.M., Nestrov A.B., Timofeev O.Y. Regulation of ice loads on the vertical side during compression in ice. *Nauch-tech. sb. Rossiyskogo morskogo registra sudohodstva*. Scientific and technical compilation of the Russian Maritime Register of Shipping. 2008, 31: 129–146. [In Russian].
17. Dobrodeev A.A., Sazonov K.E., Sapershtein I.A. Ship exit from the ice channel. *Trudy Krylovskogo Nauchnogo centra*. Proceedings of the Krylov Scientific Center. 2020, 2 (392): 24–35. [In Russian].
18. Su B., Riska K., Moan T. A numerical method for the prediction of ship performance in level ice. *Cold Reg. Sci. Technol.* 2010, 60: 177–188.
19. Myland D., Ehlers S. Influence of bow design on icebreaking resistance. *Ocean Engineering*. 2016, 119: 217–248.
20. *Spravochnik po stroitelnoy mehaniki korablya*. Pod red. U.A. Shimansky. Handbook of structural mechanics of the ship. Leningrad: Sudpromgiz, 1958: 628. [In Russian].