

## СТРАНИЦЫ ИСТОРИИ PAGES OF HISTORY

Оригинальная статья / Original paper

<https://doi.org/10.30758/0555-2648-2024-70-2-253-270>

УДК 551.467



### Изучение физических свойств льда в России и СССР (конец XIX в. — 1940 г.). Упругость и вязкость льда

К.Е. Сазонов<sup>1,2</sup>✉

<sup>1</sup> Крыловский государственный научный центр, Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> Санкт-Петербургский государственный морской технический университет, Санкт-Петербург, Россия

✉ [K\\_Sazonov@ksrc.ru](mailto:K_Sazonov@ksrc.ru)

 КЕС, 0000-0003-3364-1309

**Аннотация.** В работе рассматривается история изучения в России и СССР (конец XIX в. — 1940 г.) таких характеристик льда, как упругость и вязкость. Для изучения этих важных характеристик требуется наличие специальной довольно точной аппаратуры, позволяющей измерять небольшие деформации. Это обстоятельство явилось серьезным препятствием для развития исследований. Первые в России исследования коэффициента внутреннего трения льда были выполнены Б.П. Вейнбергом на сконструированном и изготовленном им приборе. В ходе этих исследований были получены данные о вязкости льда, а также о его модуле сдвига. Эти исследования носили академический характер и не были обусловлены запросами практики. Примерно в это же время исследованиями упругих и вязких свойств ледяного покрова занимались специалисты по строительству и эксплуатации ледовых железнодорожных переправ. Их усилия были сконцентрированы на изучении прогибов льда под нагрузкой с помощью стандартных приборов, применявшихся на железнодорожном транспорте и в мостостроении. Лишь в 1920-х гг. необходимость в определении предела упругости возникла в связи с разработкой первых математических моделей работы железнодорожной переправы Б.Н. Сергеевым и С.А. Бернштейном. Ими предприняты попытки восстановления значения модуля упругости по данным измерения прогибов льда на переправах. В советский период изучение упругих и вязкостных свойств льда практически не проводилось. Наиболее интересные исследования были выполнены В.Н. Пинегиным в 1922–1925 гг. В конце 30-х гг. В.К. Маклашиным были поставлены опыты по определению коэффициента всестороннего сжатия льда. Однако его работа содержит большое количество существенных неточностей, которые вызывают некоторое недоверие к полученным результатам. Малое количество исследований в России упругости и вязкости льда может быть объяснено отсутствием практической потребности в этих данных.

**Ключевые слова:** вязкость, коэффициент внутреннего трения льда, ледовая железнодорожная переправа, модуль сдвига, модуль упругости, Б.П. Вейнберг, С.А. Бернштейн

**Для цитирования:** Сазонов К.Е. Изучение физических свойств льда в России и СССР (конец XIX в. — 1940 г.). Упругость и вязкость льда. *Проблемы Арктики и Антарктики*. 2024;70(2):253–270. <https://doi.org/10.30758/0555-2648-2024-70-2-253-270>

Поступила 18.12.2023

После переработки 19.04.2024

Принята 02.05.2024

## Studies of ice physical properties in Russia and USSR (late XIX<sup>th</sup> century — 1940). Ice elasticity and viscosity

Kirill E. Sazonov<sup>1,2</sup>✉

<sup>1</sup> *Krylov State Research Centre, St. Petersburg, Russia*

<sup>2</sup> *St. Petersburg State Marine Technical University, St. Petersburg, Russia*

✉ [K\\_Sazonov@ksrc.ru](mailto:K_Sazonov@ksrc.ru)

 KES, 0000-0003-3364-1309

**Abstract.** The paper deals with studies of ice elasticity and viscosity conducted in Russia and the USSR from the late XIX<sup>th</sup> century till 1940. Research of these important characteristics requires special-purpose instruments of sufficient precision to measure small deformations. It was a serious challenge impeding further investigations. B.P. Veinberg was the first in Russia to examine these properties in 1905–1906 using an instrument specially designed and manufactured for this purpose. In the course of his studies, he obtained data on the ice internal friction coefficient and shear modulus. This research was of purely academic nature and was not meant to include practical issues. Around the same time the elastic and viscous properties of the ice cover started to be examined by researchers involved in the construction and maintenance of railway river crossings. Their efforts focused on ice deflections under load, which they studied using standard devices applied in railway transport and bridge construction. The need to determine the elastic limit emerged only in the 1920s in connection with the first mathematical models of railway crossings developed by B.N. Sergeyev and S.A. Bernstein. They attempted to infer the elasticity modulus from ice deflections measured at railway crossings. In the Soviet period, studies of the elastic and viscous properties of ice were almost abandoned. The most interesting investigations were carried out by V.N. Pinegin in 1922–1925. In the late 1930s, V.K. Maklashin conducted experiments to determine the ice compressibility coefficient. However, his work contained a lot of major inaccuracies, which raised some doubts as to the results he obtained. Little research done in Russia on ice elasticity and viscosity can be attributed to the lack of practical interest in the data regarding these ice properties.

**Keywords:** elasticity modulus, internal friction coefficient of ice, railway river crossing over ice, shear modulus, viscosity, B.P. Veinberg, S.A. Bernstein

**For citation:** Sazonov K.E. Studies of ice physical properties in Russia and USSR (late XIX<sup>th</sup> century — 1940). Ice elasticity and viscosity. *Arctic and Antarctic Research*. 2024;70(2):253–270. (In Russ.). <https://doi.org/10.30758/0555-2648-2024-70-2-253-270>

Received 18.12.2023

Revised 19.04.2024

Accepted 02.05.2024

### Введение

Изучение законов деформирования твердых тел имеет долгую историю. Серьезные исследования начались в XVII в. и связаны с именами З. Гука и Э. Мариотта [1]. Этими же учеными был установлен линейный закон связи между деформациями

и действующими напряжениями (закон Гука)<sup>1</sup>. Концепция модуля упругости (модуля Юнга) была разработана в 1766 г. Л. Эйлером за 80 лет до того, как Т. Юнг ввел соответствующие понятия<sup>2</sup>. Дальнейшие исследования модуля упругости привели ученых к выводу о том, что эта величина является важной характеристикой материала, которая не зависит от размеров и плотности образца. Начиная с экспериментальных исследований Ш.О. Кулона (1784 г.) было установлено, что в материалах могут развиваться пластические и вязкие деформации.

Исследованию упругости, пластичности и вязкости льда в конце XIX в. был посвящен ряд исследований зарубежных авторов. Основные результаты, полученные ими, описаны в монографиях Х. Барнеса [2, 3]. Их сводная таблица, заимствованная из работы [3], приводится ниже.

Таблица 1

**Результаты зарубежных исследователей  
по измерению упругих и вязких характеристик льда**

Table 1

**Findings of foreign researchers on elastic and viscous characteristics of ice**

Наблюдатель	Вид льда	Модуль Юнга, кг/см <sup>2</sup>	Вязкость (CGS)
Мослей, 1871	—	92700	—
Беван, 1826	—	60000	—
Рейш, 1864	Чистый лед	23632	—
Гесс, 1904	Чистый и глетчерный лед	27600	—
Мак-Коннель, 1888	Обыкновенный лед	—	3·10 <sup>10</sup>
Мак-Коннель, 1891	То же	—	134·10 <sup>10</sup>
Гесс, 1902	То же	—	порядка 10 <sup>10</sup>
Дилей, 1908	Глетчерный лед	—	1,25·10 <sup>10</sup>

Изучение литературных источников показывает, что в России и СССР исследователи ледяного покрова практически не интересовались упругими, пластическими и вязкими характеристиками льда. Большинство авторов пользовались теми или иными зарубежными данными. В распространенных сводках, из которых исследователи могли подчерпнуть необходимые данные о свойствах льда, содержится следующая информация:

– Энциклопедический словарь Брокгауза и Ефрона [4, с. 472] — 77109 кг/см<sup>2</sup> по Трубриджу для модуля упругости пресного льда.

– В обзорной работе Н.А. Рынина «Ледорезы» [5, с. 16] указано, что величина модуля упругости пресного льда изменяется в широких пределах от 4300 до 12600 кг/см<sup>2</sup> при оттепелях и между 12900–25600 кг/см<sup>2</sup> при морозе. В ней также указывается, что Франкенгейм дает цифру 54100 кг/см<sup>2</sup>, а Трубридж — 77109 кг/см<sup>2</sup>.

– Большие подборки данных, полученных различными авторами, содержатся в работах А.Н. Комаровского [6] и Б.П. Вейнберга [7].

<sup>1</sup> В соответствии с современными воззрениями закон Гука является линейной аппроксимацией экспериментальных данных. Считается, что упругость всех твердых тел является нелинейной [1].

<sup>2</sup> Т. Юнгом в литературу по механике были введены понятия «высота модуля» и «вес модуля», которые не являются характеристиками материала. Им впервые были обобщены данные об этих величинах для различных материалов, включая озерный лед. Подробнее см. [1, с. 249–257].

Тем не менее отдельные работы по упругим и вязким свойствам льда были выполнены и в нашей стране. Их истории и анализу посвящена данная статья. Работа выполнена в рамках инициативного исследования автора, посвященного истории возникновения и развития ледотехники в России.

### Исследования Б.П. Вейнберга

Наиболее важные исследования в этой области были выполнены Б.П. Вейнбергом в 1904–1907 гг. Примерно в 1904 г. он приступил к работе над докторской диссертацией о внутреннем трении льда, которое имеет большое значение при рассмотрении механики движения ледника. В то время в России исследования ледников были сконцентрированы на их географическом описании [8], а вопросам течения ледника практически не уделялось внимания.

Приступив к исследованиям внутреннего трения льда, Вейнберг детально изучил работы зарубежных исследователей по этому вопросу. Первая глава его диссертации посвящена детальному их разбору, при этом особое внимание он уделяет описанию и оценке применяемых исследователями методов определения коэффициента внутреннего трения льда [9]. Этому вопросу он придавал решающее значение, еще в 1904 г. им была опубликована небольшая заметка, в которой рассматривались различные способы определения коэффициента внутреннего трения [10]. В результате проведенного анализа Вейнберг для проведения своих исследований остановился на методе кручения. При использовании этого метода коэффициент внутреннего трения  $\eta$  определяется по формуле:

$$\eta = \frac{2Ml}{\pi r^4 \varphi'}, \quad (1)$$

где  $M$  — крутящий момент;  $r$  — радиус цилиндрического образца;  $l$  — расстояние между двумя слоями ледяного образца, которые перпендикулярны его образующей и в которых измеряется угол поворота;  $\varphi'$  — скорость изменения угла закручивания одного слоя льда относительно другого.

Для реализации этого метода им был разработан и изготовлен специальный прибор (рис. 1) [11]. Как следует из приведенного рисунка, прибор состоял из неподвижной доски GH, ящика CD, который посредством горизонтальной оси соединялся с кругом AB. К этому кругу подвешивался заданный груз.

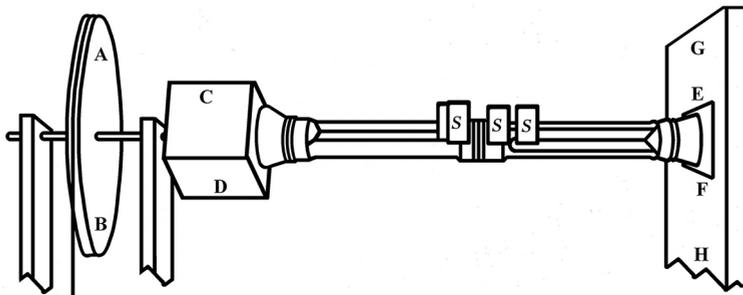


Рис. 1. Прибор, созданный Б.П. Вейнбергом для определения коэффициента внутреннего трения льда [11, с. 251]

Fig. 1. Instrument developed by B. P. Veinberg to determine the internal friction coefficient of ice [11, p. 251]

Цилиндрический образец льда закреплялся между ящиком и неподвижной доской следующим образом. В ящике и доске были проделаны конические отверстия, в которые плотно вставлялись куски льда. В этих кусках льда с помощью нагретого прутка или ножика проделывалось углубление либо отверстие. В эти углубления вставлялись концы цилиндрического образца, которые затем смерзались с кусками льда. Для ускорения процесса смерзания места крепления запломбировывались мокрым снегом или ледяной крошкой.

Для регистрации относительных угловых перемещений на ледяной образец устанавливались алюминиевые оправки, снабженные зеркальцем *s* (рис. 2). Они, как пишет Вейнберг, устроены так, «чтобы, соответственно отгибая полоску с зеркальцем в плоскости, проходящей через ось, и в плоскости, перпендикулярной оси, можно было направить в трубу пучок лучей, идущих от шкалы и отраженных от зеркальца» [11, с. 252]. Примененная в опытах форма оправок позволяла наблюдать сразу две или три оправки в трубу, а также снимать показания со слоев льда, которые отстояли дальше друг от друга, чем зеркальца.

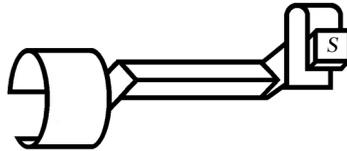


Рис. 2. Оправки для регистрации угловых перемещений [11, с. 252]

Fig. 2. Adaptors for recording angular displacements [11, p. 252]

Для приготовления цилиндрических образцов льда Вейнберг разработал специальную технологию. Сначала из кабана льда выпиливался кусок в форме прямоугольного параллелепипеда. Затем с помощью топора или ножа этому куску придавалась приблизительно цилиндрическая форма. Окончательная обработка образца осуществлялась прокаткой его по поверхности плиты или подноса, равномерно нагретых горячей водой. На завершающих этапах исследования Вейнберг изготовил специальное корытце с закругленным дном, которое помещалось в резервуар с горячей водой.

Первая серия экспериментов по кручению образцов льда была выполнена Б.П. Вейнбергом в феврале 1905 г. в Петербурге. Он проводил исследования с невским льдом. Результаты этих испытаний он изложил в статье, помещенной в престижном физическом журнале того времени “*Annalen der Physik*” [12]. Позже текст этой статьи в расширенном виде вошел в работу [11]. Всего в феврале этого года было выполнено 6 серий испытаний с цилиндрическими образцами невского льда. Наиболее успешными автор исследования считал две серии продолжительностью 56 и 220 часов. В этих сериях течение льда вышло на установившийся режим, что позволило достаточно точно определить коэффициент внутреннего трения, а также исследовать влияние на него температуры. Вейнберг делает следующие выводы из своего исследования [12]:

- коэффициент внутреннего трения невского льда при закручивании перпендикулярно оптической оси с установившейся скоростью  $10^{-8}$  1/с имеет порядок величины  $10^{13}$  г/(см·с) ( $5 \cdot 10^{13}$  г/(см·с) при  $-5$  °С);

- температура оказывает заметное влияние на величину этого коэффициента.

В работе [12] для описания влияния температуры  $T$  на коэффициент внутреннего трения льда Вейнберг предложил формулу:

$$\eta_T = (1,244 - 0,502T + 0,0355T^2) \cdot 10^{13}, \text{ (г/см}\cdot\text{с)} \quad (2)$$

Эта формула получила довольно широкое распространение, например, она приводится в работах [2] и [6]. Позже, в работе [11], Вейнберг показал, что влияние температуры на коэффициент внутреннего трения льда лучше описывается выражением:

$$\eta_T = \eta_0 (a - b/T)^{-T}, \quad (3)$$

где  $\eta_T, \eta_0$  — коэффициенты внутреннего трения льда при температуре  $T$  и при 0 градусов;  $a, b$  — эмпирические константы. Наилучшее совпадение с опытными данными было получено при  $\eta_0 = 1,613 \cdot 10^{13}$  г/(см·с),  $a = 1,127$  и  $b = 0,8596$ . Однако эта формула распространения не получила. Вейнбергом на основе экспериментальных данных была изучена зависимость коэффициента внутреннего трения от скорости деформации  $\varphi'$ . В результате он получил общую формулу для учета как температуры, так и скорости деформации.

$$\eta = 0,95(1,13 - 0,54/T)^{-T} + 5/\varphi', \quad (4)$$

где  $\eta$  выражено в  $10^{13}$  г/(см·с), а  $\varphi'$  в  $10^{18}$  1/с.

При проведении описанной серии испытаний Б.П. Вейнберг впервые выполнил измерения модуля сдвига льда. Описывая эти измерения, он указывает, что «модуль сдвига легко определяется из опыта, если тело вполне упруго; если же тело пластично, то для определения модуля сдвига надо определять *начальную* деформацию тела по приложении силы» [11, с. 271]. Для этого необходимо либо прикладывать силу на очень небольшом промежутке времени, либо проводить измерения деформации практически одновременно с приложением силы. В любом случае на результаты измерения будут заметно влиять инерционные силы.

Предваряя анализ полученных данных, Вейнберг еще раз указывает: «...мои опыты над кручением ледяных стержней, в сущности, отнюдь не приспособлены для определения модуля сдвига, и, если я привожу мои измерения, то, главным образом, по той причине, что мне не встречались определения этой величины» [11, с. 272].

Из-за практической невозможности определения параметров деформации в момент приложения нагрузки измерения выполнялись через небольшие промежутки времени (10–15 с) в течение 1 мин после опускания груза. С той же периодичностью измерения выполнялись и при снятии груза.

Предварительные результаты исследования были опубликованы в работе [12]. Там был сформулирован вывод, что модуль сдвига льда имеет порядок величины  $10^9$  г/(см·с), и приведено значение этого модуля при температуре  $-1$  °С равное  $5 \cdot 10^9$  г/(см·с). Последняя величина указывалась во многих руководствах, но с ошибками. Так, Х. Барнес в книгах [2, 3] ошибочно называет эту величину модулем Юнга, а А.Н. Комаровский в работе [6] называет ее модулем упругости, полученным при испытаниях на сжатие.

Более подробный анализ данных о модуле сдвига Вейнберг приводит в работе [11]. По полученным по описанной выше методике экспериментальным данным он строит зависимости изменения модуля сдвига от времени снятия отчетов в течение

первых 2 минут, для случаев установки и снятия груза. Эти графики он экстраполирует в точку  $t = 0$ , получая, таким образом, значение модуля при «мгновенном» приложении нагрузки. В результате он получает формулу для модуля сдвига  $N_0$  для начального момента действия нагрузки:

$$N_0 = 1,0 \cdot (1 - 0,13T) \cdot 10^{10} \text{ г/(см} \cdot \text{с}^2) \quad (5)$$

В этой формуле учтено влияние температуры, выявленное при анализе экспериментальных данных.

Получение оценки для модуля сдвига льда позволило Вейнбергу применить ко льду реологический закон Шведова, а на его основе оценить величины предела упругости льда на сдвиг и его время релаксации. Так, для нулевой температуры были получены значения предела упругости при сдвиге  $5,6 \cdot 10^{-5} \text{ г/(см} \cdot \text{с}^2)$ , а для времени релаксации 950 с.

Следующую серию измерений коэффициента внутреннего трения и модуля сдвига Вейнберг провел на леднике Хинтеррайс<sup>3</sup> в австрийском Тироле зимой 1905/06 г. Популярное описание этих экспериментов содержится в его книге [13]. Научное описание экспериментов содержится в работах [14, 15].

Для проведения экспериментов на леднике Вейнберг модифицировал свой прибор, снабдив его защитным разъемным кожухом, т. к. испытания образцов необходимо было проводить при положительной температуре воздуха, а внутри прибора необходимо было иметь температуру ниже нуля. Было изготовлено два прибора различных размеров. При выполнении исследования применялась та же методика, что и при изучении невского льда.

На альпийском леднике была выполнен большой объем испытаний, который позволил получить достаточно надежные результаты. По результатам обработки были получены следующие выражения для коэффициента внутреннего трения:

$$\eta = \left[ 0,38(1,32 - 0,65/T)^{-T} + 0,8/\varphi' \right] \cdot 10^{13}, \text{ г/(см} \cdot \text{с)} \quad (6)$$

и модуля сдвига:

$$N_0 = 8 \cdot (1 - 0,65T) \cdot 10^9 \cdot \text{ г/(см} \cdot \text{с}^2) \quad (7)$$

Вейнберг провел сравнение результатов, полученных для невского льда и на леднике. Они сведены в таблицу [15, с. 326]. На ее основании он делает вывод о том, что показатели ледникового льда значительно меньше, чем у речного.

Таблица 2

## Сравнение вязких свойств невского и ледникового льда

Table 2

## Comparison of viscous properties of the Neva and glacier ice

	$\eta, \text{ г/(см} \cdot \text{с)}$	$a$	$b$	$N, \text{ г/(см} \cdot \text{с}^2)$
Невский лед	$0,95 \cdot 10^{13}$	1,13	0,54	$10 \cdot 10^9$
Ледниковый лед	$0,38 \cdot 10^{13}$	1,32	0,65	$8 \cdot 10^9$

Примечание.  $a, b$  — коэффициенты в формуле (4).

Note.  $a, b$  — coefficients in the formula (4).

<sup>3</sup> В книге [13, с. 96] Б.П. Вейнберг называет этот ледник Гинтеррейс.

В завершение обзора работ, выполненных Б.П. Вейнбергом, необходимо отметить, что его исследования содержат тщательный анализ возможных погрешностей при выполнении измерений. Так, для оценок модуля сдвига льда указывается погрешность 30–40 %.

### Исследования при создании ледовых железнодорожных переправ

Если рассмотренные выше исследования Б.П. Вейнберга носили во многом академический характер, то железнодорожные инженеры, вынужденные создавать и эксплуатировать железнодорожные переправы, пытались изучать упругие, пластические и вязкие свойства льда с сугубо прикладными целями.

Во второй половине XIX в. в России происходит бурное развитие железнодорожного транспорта. Водные артерии становятся существенным препятствием при строительстве железных дорог. Это обстоятельство вызывает развитие мостостроения. Однако возведение мостов через достаточно широкие реки, например Волгу, требует больших финансовых и временных затрат. Поэтому для обеспечения работы железнодорожного транспорта получили развитие различные паромные переправы. Большинство таких переправ функционировало лишь в теплое время года, но некоторые из них трансформировались в ледовые железнодорожные переправы. Появлению таких переправ способствовал вековой опыт населения России по использованию замерзших поверхностей различных акваторий в качестве транспортных путей.

Первые попытки создания железнодорожного пути на ледяном покрове Финского залива относятся к 1853–1856 гг. и 1880 г. [16]. Эти опыты оказались не совсем удачными, но они показали возможность использования ледяного покрова для движения подвижного состава.

Первые ледовые железнодорожные переправы появились на Волге. С 1892 по 1913 г. действовала ледовая переправа около Свяжска (недалеко от Казани). В 1895 г. при постройке заволжских линий Рязанско-Уральской железной дороги была организована узкоколейная ледовая переправа по льду под Саратовом. В 1903 г. была устроена зимняя переправа на Московско-Ярославско-Архангельской железной дороге около Ярославля. Широко известен факт создания в 1904 г. в уникально короткий срок железнодорожной переправы по льду озера Байкал для обеспечения снабжения войск в начале русско-японской войны. Ледовые переправы организовывались при строительстве Великого Сибирского железнодорожного пути и при сооружении Мурманской железной дороги в 1915–1916 гг. Более полная информация о ледовых переправах, их конструкции и способах эксплуатации содержится в работе [17].

При создании ледовых железнодорожных переправ большое внимание уделялось изучению свойств ледяного покрова. Один из исследователей, Б.Н. Сергеев, пишет: «...мы встречаем весьма серьезные затруднения, состоящие в том, что в рассматриваемую конструкцию (ледовая переправа. — К. С.) входит, как основной, элемент, совершенно новый и неизученный с инженерной точки зрения материал, а именно — лед» [18, с. 9].

Наиболее важные работы были выполнены на Саратовской переправе. Еще в 1892 г. при постройке заволжской узкоколейной сети Рязанско-Уральской железной дороги недалеко от Саратова были выполнены исследования грузоподъемности и прогиба под нагрузкой ледяного покрова [19]. При проведении экспериментов на ледяном покрове устанавливался чан, в который наливалась вода. При увеличении

нагрузки возрастал прогиб ледяного покрова, который измерялся нивелиром в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Целью экспериментального исследования было определение нагрузки и прогибов льда, при которых появляется первая трещина, а также указанных величин, при которых трещина становится замкнутой.

Масштабные исследования ледовой переправы под Саратовом были выполнены в 1915–1916 [20], 1921 [18], 1927 [21] и 1928 [22] гг. Во всех этих исследованиях выполнялись измерения прогиба ледяного покрова при прохождении вагонов по переправе. Кроме этого, в 1915–1916 и 1921 гг. проводились исследования механических свойств льда в лаборатории для испытания строительных материалов Рязанско-Уральской железной дороги.

Создателей и эксплуатационников ледовых переправ интересовала величина прогиба ледяного покрова при движении по нему подвижного состава. Большой прогиб льда мог вызвать как разрушение ледяного покрова, так и поломки рельсового пути, что обычно заканчивалось аварийной ситуацией (рис. 3).

Прогиб льда изучался с помощью натуральных измерений и в 1916 г. в лабораторных условиях при нагружении балки, установленной на двух опорах. В натуральных условиях обычно использовались приборы, применявшиеся для испытаний мостов. Так, в 1916 г. измерения прогиба были сделаны с помощью самопишущего прибора Френкеля. На оси железнодорожного пути вмораживали деревянную раму, на перекладине которой устанавливали прибор над заранее приготовленной прорубью. Груз прибора, соединенный с валиком пишущего механизма, опускали на дно реки. Общая высота конструкции не превышала высоту рельсового пути, что позволяло свободно пропускать вагоны над измерительным устройством [18, 20]. В поперечном направлении прогиб льда измерялся с помощью нивелирования. В результате были получены графики прогибов при прохождении по переправе различных комбинаций вагонов. В лабораторных условиях для нахождения прогиба балки был использован рычаг



Рис. 3. Авария на ледовой переправе через р. Амур.

Фото с сайта <http://rus-biography.ru/DocPage/?IdDocs=1163>

Fig. 3. An accident at a railway crossing across the Amour river/

Photo from the website <http://rus-biography.ru/DocPage/?IdDocs=1163>

с соотношением плеч 1:10. В.П. Катанский так описывает результаты этих опытов: «При нагрузке до 127,5 кг... никакого прогиба заметно не было, при увеличении нагрузки свыше 127,5 кг прогиб стал обнаруживаться и при 235 кг достиг 0,5 мм (абсолютная величина); при 275 кг прогиб был 1 мм и при этом стал раздаваться легкий треск льда, постепенно усиливающийся с увеличением нагрузки, и, наконец, при 303 кг произошел разрыв образца» [20, с. 124].

Необходимо отметить, что в исследованиях 1916 г. целью было изучение именно прогиба льда, а не его модуля упругости. Необходимость в изучении и использовании этого модуля может возникнуть только при наличии у исследователя математической модели изучаемого явления, которая позволяет проводить прогностические или проверочные расчеты. У исследователей в 1916 г. такой модели не было, и они не пытались ее создать.

По-видимому, первую попытку создания математической модели, которая бы описывала работу ледяного покрова в составе ледовой переправы, предпринял инженер Рязанско-Уральской железной дороги Б.Н. Сергеев [18]. Он для этого применил теорию бесконечной балки, лежащей на упругом основании. Для выполнения расчетов ему необходимо было знать значение модуля Юнга ледяного покрова. В своей работе он пишет: «В литературе имеются указания, что модуль упругости льда по определению Трубриджа =  $77\,109$  (кг/см<sup>2</sup> — К. С.), но по отсутствию данных, к какому льду относится эта величина, воспользоваться им для расчета льда р. Волги вряд ли возможно без повторных наблюдений, хотя бы самых приблизительных» [18, с. 11]. По данным о прогибах льда, полученных Катанским, Сергеев выполнил оценку модуля Юнга льда. Он оказался равным  $155\,100$  кг/см<sup>2</sup> при толщине льда 51 см, что в два раза превышало величину, указанную Трубриджем. Для объяснения расхождения Сергеев предлагает три возможные причины:

- неточность данных нивелировки при определении размеров чаши прогиба льда;
- неправильные допущения о характере наблюдаемых деформаций ледяного покрова, которые использовались при выводе расчетных формул (фактически здесь речь идет о том, что деформации льда не являются только упругими);
- значительные колебания численных значений модуля упругости льда при различных гидрометеорологических условиях его образования.

Далее в своей работе Сергеев пишет: «Для выявления, насколько близка к действительности установленная выше на основании целого ряда упрощений и предположений кривая упругой линии, мною в 1921 г. на р. Волге вновь были произведены наблюдения над прогибами льда» [18, с. 21]. В отличие от 1916 г. для измерения прогиба использовалось два прибора, что позволило точнее определить размеры чаши прогиба. Результаты измерений приведены в работе [18]. По полученным результатам также был рассчитан предел упругости льда, который оказался равным  $9200$  кг/см<sup>2</sup> при толщине льда 75 см. Расхождение расчетных данных Сергеев объясняет теми же, что и ранее, причинами, добавляя к ним еще две. Первая из них заключается в том, что движение состава по переправе — динамический процесс и применение статического подхода при определении модуля Юнга может привести к значительным ошибкам. Второе объяснение связано с возможными неточностями в определении толщины льда. По нашему мнению, возможной причиной получения столь низкого значения модуля Юнга могла быть солнечная радиация. Часть опытов была проведена 10 марта, а к этому времени при наличии солнечной погоды во



Рис. 4. Сергей Александрович Бернштейн (1901–1958).

Фото с сайта <https://urss.ru/cgi-bin/db.pl?page=Avt&list=99207>

Fig. 4. Sergey Aleksandrovich Bernstein (1901–1958).

Photo from the website <https://urss.ru/cgi-bin/db.pl?page=Avt&list=99207>

льду могли начаться процессы внутреннего таяния, которые могут приводить к изменению характера его деформации. В заключительной части своей статьи Сергеев высказывает надежду, что «мы будем в состоянии производить расчет прочности ледяного слоя совершенно так же, как это делается в других областях инженерного дела» [18, с. 30], но для этого необходимо научиться определять модуль Юнга льда в лабораторных условиях и накопить необходимый объем данных.

Следующие исследования прогибов льда на ледовой железнодорожной переправе под Саратовом были выполнены в феврале и марте 1928 г. под руководством инженера С.А. Бернштейна (рис. 4), впоследствии известного специалиста в области строительной механики. Результаты выполненных измерений изложены в работе [21]. Им, так же как и Сергеевым, была разработана математическая модель деформирования ледяного слоя под нагрузкой. В этом случае была использована теория Герца об изгибе бесконечной пластины, лежащей на упругом основании. По измеренным прогибам льда с помощью выведенных им формул Бернштейн выполнил оценку модуля Юнга ледяного покрова. Она оказалась равной при значении коэффициента Пуассона  $\mu = 0,4$  — 52600 кг/см<sup>2</sup>, при  $\mu = 0,33$  — 55800 кг/см<sup>2</sup> и при  $\mu = 0,25$  — 58700 кг/см<sup>2</sup>. Эти результаты расчета были сопоставлены с данными В.Н. Пинегина [23] и Тройбриджа и, по мнению автора, показали удовлетворительное согласование.

Последние измерения на саратовской переправе были выполнены в 1928 г. инженером С.Ф. Некрасовым [22]. Эти измерения интересны тем, что в них впервые была предпринята попытка определения напряжений в ледяном покрове. Для этого были использованы экстензометры Рабю, которые были установлены на уголках, прикрепленных к коротким деревянным брускам. Брусочки были заморожены в лед. Для расчета напряжений Некрасов использовал значение модуля упругости, равное 55000 кг/см<sup>2</sup>.

В своих работах и Б.Н. Сергеев, и С.А. Бернштейн обращали внимание на проявление неупругих свойств льда. Сергеев пишет: «Характерно сохранение ледяным покровом после прохода состава медленно исчезающих остающихся прогибов до 3 мм. Это явление показывает, что лед работает не вполне упруго и что на его деформации влияет продолжительность действия нагрузки» [18, с. 26].



Рис. 5. Изменение величины относительного прогиба во времени  $W = w/Q$ ,  $Q$  — вес нагрузки в тоннах [21, с. 48]

Fig. 5. Variation of the relative deflection over time  $W = w/Q$ ,  $Q$  — load weight in tons [21, p. 48].

Бернштейном была проведена серия опытов для выяснения влияния продолжительности пребывания нагрузки на ледяном покрове на его прогиб. Опыты проводились при температуре воздуха от  $-6$  до  $-15$  °C. В результате этих экспериментов было установлено, что сразу после установки нагрузки деформации продолжают развиваться во времени в течение примерно 3 часов, при этом прогиб по сравнению с упругим может увеличиться в 2–3 раза, затем их рост останавливается. После снятия нагрузки упругие деформации исчезают, а вязкие остаются (рис. 5), но при этом ледяной покров сохраняет упругие свойства. Резюмируя полученные результаты, Бернштейн делает вывод, что «опасности со временем такая задержка (длительная стоянка вагонов на льду. — К. С.) не представляет, в виду явления *торможения вязких деформаций*, хотя она и способна повредить путь образованием провеса» [21, с. 48].

### Другие исследования упругих характеристик льда

Модуль упругости льда можно определить во время испытаний по разрушению изгибом ледяных балок, измеряя их прогиб под нагрузкой. Трудность такого определения заключается в необходимости достаточно точного измерения крайне малой величины прогиба. Тем не менее такие измерения иногда проводились. Например, они были выполнены профессором Н.М. Абрамовым при исследовании физических свойств речного и искусственного льда незадолго до революции в Новочеркасске [24]. В его работе приводится среднее значение модуля упругости льда, полученное при проведении опытов по определению «сопротивления перелому», —  $10245$  кг/см<sup>2</sup>.

Обширные исследования модуля упругости и коэффициента Пуассона были выполнены профессором В.Н. Пинегиным в 1922–1925 гг. в г. Томске. Для проведения экспериментов использовался лед р. Томи. По результатам выполненных работ было сделано всего две публикации [23, 25], т. к. при переезде Пинегина из Томска в Одессу большинство материалов было потеряно [26]. В первой публикации [25], которая содержит предварительные результаты исследований, при испытаниях образцов на изгиб определялся модуль упругости льда «зеркальным методом», т. е. по деформации образца, которая определялась с помощью установленных на нем зеркал. Пинегин в этой работе приводит только два усредненных значения предела упругости  $123000$  кг/см<sup>2</sup> при температуре  $-4$  ÷  $-7$  °R и  $21200$  кг/см<sup>2</sup> при температуре  $-12$  ÷  $-15$  °R<sup>4</sup>.

<sup>4</sup> R — градусы Реомюра.  $1$  °R =  $1,25$  °C.

Уже в Одессе на основании случайно уцелевших материалов исследований по сжатию льда Пинегин подготавливает еще одну работу [23], посвященную изучению модуля упругости и коэффициента Пуассона. Необходимо отметить, что Пинегин был одним из ведущих в мире специалистов по определению коэффициента Пуассона. На эту тему им была защищена докторская диссертация, при подготовке которой им был сконструирован и изготовлен специальный прибор, основанный на использовании «зеркального метода» [27].

Описываемые в работе опыты проводились на открытом воздухе с помощью специально изготовленного рычажного пресса с соотношением плеч рычагов 1:70, что позволяло получать усилия 500 кг при использовании небольших гирь. Измерения продольной деформации проводились прибором Кеннеди, а поперечных — прибором Пинегина. Программа исследований включала изучение трех режимов нагружения льда. Первый режим заключался в ступенчатом нагружении образца. Второй — в нагружении образца до некоторой величины, затем разгрузка и нагружение на большую величину и т. д. Третий режим соответствовал ступенчатому нагружению льда до некоторой величины, затем следовала разгрузка и вновь ступенчатое нагружение до той же величины. Во время испытаний образец льда никогда не доводился до полного разрушения. Эксперименты прекращались при появлении первых трещин.

На основании анализа полученных результатов были сделаны выводы о характере изменения модуля упругости и коэффициента Пуассона льда. Основные выводы сводятся к следующему:

1. Модуль упругости льда при возрастании нагрузки уменьшается, при этом уменьшение происходит интенсивней при малых нагрузках.
2. Модуль упругости льда при чередовании нагрузки и разгрузки заметно увеличивается.
3. Деформации льда состоят из упругих и остаточных, при этом упругие деформации сравнительно слабо выражены.
4. В поперечном направлении упругость проявляется в большей степени, чем в продольном (продольное направление совпадает с направлением железнодорожного пути).
5. При понижении температуры происходит возрастание модуля упругости.
6. Коэффициент Пуассона увеличивается при увеличении нагрузки.

По данным, опубликованным Пинегиним, модуль упругости льда лежит в пределах 3–80 т/см<sup>2</sup>, а коэффициент Пуассона — 0,25–0,5. Данные Пинегина широко использовались, так, А.Н. Комаровский включил их в свою сводку физических свойств льда [5], а А.Н. Цытович и М.И. Сумгин использовали их при изучении свойств мерзлых грунтов [28].

Б.П. Вейнберг подверг критике результаты, полученные Пинегиним. В работе [7, с. 188] он пишет: «Еще менее удовлетворительны опыты Пинегина, в которых в иных случаях вычисленный по *суммарной* деформации модуль Юнга возрастал (в одном опыте — от 49 до 80 т/см<sup>2</sup>), а в большинстве случаев резко убывал (в лучшем случае в 2½ раза, а в худшем — в 17 раз) с увеличением силы, так что для выяснения упругих свойств льда опыты эти никакого значения не имеют». При анализе данных о коэффициенте Пуассона Вейнберг выбрал из данных Пинегина «только те, которые дают приблизительное постоянство при повышении напряже-

ния» [7, с. 190]. В результате для одной из серий экспериментов он получил значение этого коэффициента, равное 0,326, а из другой  $0,358 \pm 0,047$ .

В работе [7, с. 511] Вейнберг приводит данные из не опубликованной на начало 1939 г. работы Цытовича, которым, по-видимому для лабораторного льда, были получены следующие значения модуля упругости: при температуре  $-1,5^\circ\text{C}$   $31 \text{ т/см}^2$  и при температуре  $-5^\circ\text{C}$   $40 \text{ т/см}^2$ . Кроме этого, Вейнберг ссылается на данные Саваренского и Молчанова, которые по результатам измерения скорости сейсмических волн получили значение модуля, равное  $7,9 \text{ т/см}^2$ . К сожалению, указанные работы не удалось обнаружить, что делает невозможным детальное их описание.

Вероятно, первые в СССР исследования коэффициента всестороннего сжатия льда были выполнены в конце 1930-х гг. В.К. Маклашиным в Ярославском педагогическом институте [29]. Величина, которую Маклашин измерял в своих опытах, не является физической характеристикой материала. Коэффициент всестороннего сжатия  $\alpha$  задается следующим выражением:

$$\Delta V = \alpha V, \quad (8)$$

где  $V$  — объем льда при нормальном давлении;  $\Delta V$  — величина, на которую уменьшится объем льда при приложении давления  $P$ . Очевидно, что  $\alpha = f(P)$ .

Тем не менее экспериментальные значения коэффициента всестороннего сжатия позволяют определить физическую характеристику материала — коэффициент сжимаемости  $\beta$  (величина, обратная объемному модулю упругости), который задается формулой:

$$\beta = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP}. \quad (9)$$

Исследования проводились с волжским льдом, вес образцов составлял примерно 400 г. Для определения этого коэффициента им был создан специальный прибор, который состоял из стеклянного цилиндра емкостью 3,7 л и высотой 27 см. При испытаниях цилиндр заполнялся керосином. Этот цилиндр на резиновую прокладку устанавливался на чугунную плиту, в которую были вкручены 4 болта длиной 31 см. Сверху цилиндр накрывался чугунной крышкой с резиновой прокладкой. В крышке были проделаны отверстия для болтов, что позволяло плотно притянуть ее к цилиндру. Кроме этого, в крышке были сделаны отверстия для установки манометра (предел измерения  $6 \text{ кг/см}^2$ , точность  $0,1 \text{ кг/см}^2$ ) и для ручного насоса для создания давления.

Перед погружением ледяного образца в прибор он снабжался дополнительной плавучестью, в качестве которой использовались лампочки, очищенные от металла и замазки. Кроме этого, в цилиндр помещалась прикрепленная к лампочке тонкая стеклянная пластина с нанесенной на ней резкой тонкой черточкой. По изменению положения этой черточки определялось полное изменение объема собранной системы.

Перед проведением экспериментов по определению коэффициента всестороннего сжатия Маклашин выполнил исследования и определил аналогичный коэффициент для лампочек и керосина.

В результате своих измерений Маклашин получил значения коэффициента всестороннего сжатия от  $51 \cdot 10^{-6}$  до  $64 \cdot 10^{-6}$ . Его результаты использовал Вейнберг в коллективной монографии [7], он приводит обобщенное значение модуля сжатия льда —  $90 \text{ т/см}^2$ . В этой монографии Вейнберг часто ссылается на различные результаты измерения физических свойств льда, полученные Маклашиным, указывая на то,

что они были ему сообщены автором. По-видимому, в этих сообщениях фигурировали несколько иные цифры, чем те, которые представлены в работе [29], т. к. их пересчет на модуль объемной упругости дает величины, лежащие в пределах 34–56 т/см<sup>2</sup>.

По мнению автора данной статьи, работа Маклашина содержит большое количество существенных неточностей, которые вызывают некоторое недоверие к полученным результатам. Так, Маклашин совершенно игнорирует зависимость коэффициента всестороннего сжатия от давления, причем это относится не только ко льду, но и к лампочкам и керосину. Можно указать и другие погрешности этой работы.

### Заключение

Изучение упругих и вязких свойств льда представляет собой довольно сложную в техническом отношении задачу, которая требует большой изобретательности и настойчивости от исследователя при измерении весьма незначительных деформаций. Такие измерения не могут быть осуществлены для набора информации, в той или иной степени характеризующей ледовую среду, как это происходило, например, при изучении плотности и пористости льда [30]. Эти обстоятельства во многом объясняют малое количество работ, выполненных в России в этом направлении.

Исследования, выполненные в начале XX в. Б.П. Вейнбергом, во многом носили академический характер, определение модуля льда на сдвиг было побочным результатом поставленных им опытов. Использование этих данных для каких-либо практических приложений не предполагалось. Измерения Абрамова также носили побочный характер, т. к. основной целью его исследований была прочность льда при различных деформациях.

Специалисты же, которые занимались созданием и эксплуатацией ледовых железнодорожных переправ, были заинтересованы в практических приложениях. Их интересовал прогиб ледяного покрова под нагрузкой, т. к. его значительная величина могла привести к нарушению целостности железнодорожного полотна. Ими при изучении механических свойств льда переправ предпринимались попытки (неудачные) измерения прогиба исследуемых образцов льда. Поэтому наибольшее внимание уделялось натурным измерениям прогиба при движении нагрузки. Необходимость в определении конкретной величины модуля упругости возникла только при попытке разработки теоретических моделей работы ледовых переправ (Сергеев, Бернштейн). Ими же предприняты попытки восстановления значения модуля упругости по данным измерения прогибов льда.

Вязкостные свойства льда за исключением работ Вейнберга детально не изучались. «Железнодорожники» лишь отмечали наличие остаточных деформаций в ледяном покрове, которые особенно активно развивались при стоянке груза на льду. Факт наличия таких деформаций привел к формулировке требования исключить стоянку подвижного состава на льду.

В советский период изучение упругих и вязких свойств льда практически не проводилось. Исключения составляют обширные исследования Пинегина, к сожалению большей частью утерянные. Мотивация Пинегина не совсем ясна. Можно предположить, что эти исследования выполнялись в рамках какого-либо исследовательского проекта по изучению природы Сибири. При этом изучение прочностных свойств льда являлось изучением некоторого параметра, описывающего природную среду. Исследования же модуля упругости и коэффициента Пуассона льда, скорее всего, носили побочный характер и были обусловлены тем, что Пинегин имел опыт

изучения таких характеристик для других материалов и обладал соответствующим оборудованием.

Подводя итог, можно сделать вывод о неостребованности данных об упругих и вязких свойствах льда в рассматриваемый период времени. Необходимость в таких данных появляется с развитием теоретических представлений об изучаемых объектах, с появлением математических моделей.

**Конфликт интересов.** Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

**Финансирование.** Финансирование не осуществлялось.

**Competing interests.** The author declares that there is no conflict of interest.

**Funding.** This research had no external funding.

## ИСТОЧНИКИ / SOURCES

1. Белл Дж.Ф. *Экспериментальные основы механики деформируемых тел. Ч. I. Малые деформации.* М.: Наука; 1984. 600 с.
2. Barnes Н.Т. *Ice formation.* New York: John Wiley & sons. London: Chapman & Hall, Limited; 1906. 250 p.
3. Барнес Х. *Ледотехника.* Л.; М.: Государственное энергетическое издательство, 1934. 200 с.
4. *Энциклопедический словарь.* Т. 17. Култагой — Лед / Издатели: Ф. А. Брокгауз, И. А. Ефрон. СПб.: Типо-Литография И.А. Ефрона; 1896. 483 с.
5. Рынин Н.А. *Ледорезы.* СПб.: Типография Ю.Н. Эрлих, Садовая, № 9; 1903. 143 с.
6. Комаровский А.Н. *Структура и физические свойства ледяного покрова пресных вод.* Л.; М.: Государственное энергетическое издательство; 1932. 51 с.
7. Вейнберг Б.П. *Лед. Свойства, возникновение и исчезновение льда.* М.; Л.: Гос. изд. техн.-теор. лит.; 1940. 524 с.
8. Супруненко Ю.П. Гляциология в Русском географическом обществе: к 170-летию РГО. *Лед и снег.* 2015;55(3):133–144. <https://doi.org/10.15356/2076-6734-2015-3-133-140>  
Suprunenko Yu.P. Glaciology in the Russian Geographical Society: to the 170th anniversary of the Russian Geographical Society. *Led i sneg = Ice and Snow.* 2015;55(3):133–144. (In Russ.). <https://doi.org/10.15356/2076-6734-2015-3-133-140>
9. Вейнберг Б.П. О внутреннем трении льда. Гл. 1. Обзор работ по внутреннему трению твердых тел. *Журнал Русского физико-химического общества. Физический отдел.* 1907;38(3):186–224.  
Weinberg B.P. About the internal friction of ice. Ch. 1. Review of works on internal friction of solids. *Jurnal Russkogo fiziko-himicheskogo obschestva = Journal of the Russian Physical and Chemical Society.* 1907;38(3):186–224. (In Russ.)
10. Вейнберг Б.П. Некоторые способы определения коэффициента внутреннего трения твердых тел: (предварительное сообщение). *Журнал Русского физико-химического общества. Часть физическая.* Отд. первый. 1904;36(2):47–48.  
Weinberg B.P. Some methods for determining the coefficient of internal friction of solids: (preliminary message) *Jurnal Russkogo fiziko-himicheskogo obschestva. Chast fizicheskaya. Otd. pervii. Journal of the Russian Physical and Chemical Society = The physical part. Dept. first.* 1904;36(2):47–48. (In Russ.)
11. Вейнберг Б.П. О внутреннем трении льда. Гл. 2. Непосредственные определения коэффициента внутреннего трения льда. *Журнал Русского физико-химического общества.* 1907;38(4):250–281.

- Weinberg B.P. About the internal friction of ice. Ch. 2. Direct determination of the coefficient of internal friction of ice. *Jurnal Russkogo fiziko-himicheskogo obschestva = Journal of the Russian Physical-Chemical Society*. 1907;38(4):250–281. (In Russ.)
12. Weinberg B. Uber die innere Reibung des Eises. *Annalen der Physik*. 1905;18:81–91.
13. Вейнберг Б.П. *Снег, иней, град, лед и ледники*. Одесса: Тип. Банкоиздательства М. Шпенцера; 1909. 127 с.
14. Weinberg B. Uber die innere Reibung des Eises II. *Annalen der Physik*. 1907;22:321–332.
15. Вейнберг Б.П. О внутреннем трении льда. Гл. 3. Непосредственные определения коэффициента внутреннего трения ледникового льда. *Журнал Русского физико-химического общества*. 1907;38(5):289–328.
- Weinberg, B.P. About the internal friction of ice. Ch. 3. Direct determination of the coefficient of internal friction of glacial ice. *Jurnal Russkogo fiziko-himicheskogo obschestva = Journal of the Russian Physical and Chemical Society*. 1907;38(5):289–328. (In Russ.)
16. Даниленко П.Н., Дегтев С.Б. Эшелон выходит на лед. Ледовые переправы как способ строительства и восстановления железных дорог. *Материально-техническое обеспечение ВС РФ*. 2023;2:112–117.
- Danilenko P.N., Degtev S.B. The echelon goes onto the ice. Ice crossings as a way to build and restore railways. *Materialno-tehnicheskoe obespechenie VS RF = Material and technical support of the RF Armed Forces*. 2023;2:112–117. (In Russ.)
17. Сазонов К.Е. Из истории ледовых железнодорожных переправ. *Железнодорожный транспорт*. 2024;1:49–54.
- Sazonov K.E. From the history of ice railway crossings. *Jelednorodojnii transport = Railway transport*. 2024;1:49–54. (In Russ.)
18. Сергеев Б.Н. Устройство зимней переправы вагонов по льду и работа ледяного слоя под действием нагрузки. *Ледяные переправы. 18-й сборник отдела инженерных исследований*. М.: СССР: Транспечать НКПС; 1929. С. 5–35.
19. Фролов А.Н. Опыты над прочностью ледяного покрова р. Волги у Саратова. *Вестник Саратовского отделения Императорского Русского технического общества*. 1903;46:698–701.
- Frolov A.N. Experiments on the strength of the ice cover of the river Volga near Saratov. *Vestnik Saratovskogo Otdeleniya Imperatorskogo Russkogo Tehnicheskogo Obschestva = Bulletin of the Saratov Branch of the Imperial Russian Technical Society*. 1903;46:698–701. (In Russ.)
20. Катанский В.П. Передача товарных вагонов по пути, уложенному по льду р. Волга у Саратова в зиму 1915–1916 годов, и производство наблюдения за влиянием нагрузки на состояние ледяного покрова. *Железнодорожное дело*. 1917;13/14:120–124.
- Katansky V.P. Transfer of freight cars along the track laid on the ice of the river Volga near Saratov in the winter of 1915–1916, and monitoring the influence of load on the state of the ice cover. *Jelednorodojnoe delo = Zheleznodorozhnoe delo*. 1917;13/14:120–124. (In Russ.)
21. Бернштейн С.А. Ледяная железнодорожная переправа. *Ледяные переправы. 18-й сборник отдела инженерных исследований*. М.: СССР–Транспечать НКПС; 1929. С. 36–82.
22. Некрасов С.Ф. Опытное обследование работы ледяного пути вагонной переправы через р. Волга у Саратова Саратовской мостоиспытательной станцией. *Ледяные переправы. 18-й сборник отдела инженерных исследований*. М.: СССР–Транспечать НКПС; 1929. С. 83–92.
23. Пинегин В.Н. Об изменении модуля упругости и коэффициента Пуассона у речного льда при сжатии. *Наука и техника*. Одесса. 1927;3–4:1–6.
- Pinegin V.N. On the change in the modulus of elasticity and Poisson's ratio of river ice under compression *Nauka i tehnika = Science and Technology*. 1927;3–4:1–6. (In Russ.)

24. Абрамов Н.М. Механические свойства льда. *Известия Алексеевского Донского политехнического института в Новочеркасске*. 1916;5(1):1–16.  
Abramov N.M. Mechanical properties of ice. *Izvestiya Alekseevskogo Donskogo politehnicheskogo instituta v Novochoerkasske = News of the Alekseevsky Don Polytechnic Institute in Novochoerkassk*. 1916;5(1):1–16. (In Russ.)
25. Пинегин В.Н. Предварительное сообщение об исследовании прочности речного льда в связи с температурными изменениями. *Сообщения о научно-технических работах в Республике*. 1924;XII(12–14):1–2.  
Pinegin V.N. Preliminary report on a study of river ice strength in relation to temperature changes. *Soobsheniya o nauchno-tehnicheskikh rabotah v Respublike = Reports on scientific and technical work in the Republic*. 1924;XII(12–14):1–2. (In Russ.)
26. Тимонов В.Е. *Примечания к русскому переводу*. В кн.: Барнес Х. Ледотехника. Л.; М.: Государственное энергетическое издательство; 1934. С. 180–200.
27. Пинегин В.Н. Опытное исследование коэффициента Пуассона для чугуна. *Известия Томского Технологического института Императора Николая II*. 1908;11(3):1–67.  
Pinegin V.N. Experimental study of Poisson's ratio for cast iron. *Izvestiya Tomskogo Tehnologicheskogo instituta Imperatora Nikolaya II = News of the Tomsk Technological Institute of Emperor Nicholas II*. 1908;11(3):1–67. (In Russ.)
28. Цытович А.Н., Сумгин М.И. *Основания механики мерзлых грунтов*. М.; Л.: Изд. АН СССР; 1937. 432 с.
29. Маклашин В.К. Коэффициент всестороннего сжатия речного льда. *Метеорология и гидрология*. 1939;10–11:9–15.  
Maklashin V.K. The coefficient of all-round compression of river ice. *Meteorologiya i gidrologiya = Meteorology and hydrology*. 1939;10–11:9–15. (In Russ.)
30. Сазонов К.Е. Изучение физических свойств льда в России и СССР (конец XIX в. — 1940 г.). Плотность и пористость льда. *Проблемы Арктики и Антарктики*. 2023;69(4):501–518. <https://doi.org/10.30758/0555-2648-2023-69-4-501-518>  
Sazonov K.E. Study of the physical properties of ice in Russia and the USSR (late 19th century – 1940). Ice density and porosity. *Arctic and Antarctic Research*. 2023;69(4):501–518. (In Russ.). <https://doi.org/10.30758/0555-2648-2023-69-4-501-518>